



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO**

ROLANDO RODRIGO CAICEDO CASTRO

**UM ESTUDO SOBRE O MOTOR DE INDUÇÃO LINEAR
TRIFÁSICO DE FLUXO TRANSVERSAL**

**A STUDY ABOUT A THREE-PHASE TRANSVERSE FLUX
LINEAR INDUCTION MOTOR**

**CAMPINAS
2017**



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO**

ROLANDO RODRIGO CAICEDO CASTRO

**UM ESTUDO SOBRE O MOTOR DE INDUÇÃO LINEAR
TRIFÁSICO DE FLUXO TRANSVERSAL**

**A STUDY ABOUT A THREE-PHASE TRANSVERSE FLUX
LINEAR INDUCTION MOTOR**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica, na área de Energia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Ernesto Ruppert Filho
Coorientador: Prof. Dr. Carlos Alberto Baldan

ESTE EXEMPLAR CORRESPONDE À VERSÃO FINAL DA DISSERTAÇÃO
DEFENDIDA PELO ALUNO ROLANDO RODRIGO CAICEDO CASTRO
E ORIENTADO PELO PROF. DR. ERNESTO RUPPERT FILHO

Assinatura do Orientador

**CAMPINAS
2017**

Agência(s) de fomento e nº(s) de processo(s): CAPES

Ficha catalográfica
Universidade Estadual de Campinas
Biblioteca da Área de Engenharia e Arquitetura
Rose Meire da Silva - CRB 8/5974

C12e Caicedo Castro, Rolando Rodrigo, 1985-
Um estudo sobre o motor de indução linear trifásico de fluxo transversal /
Rolando Rodrigo Caicedo Castro. – Campinas, SP : [s.n.], 2017.

Orientador: Ernesto Ruppert Filho.
Coorientador: Carlos Alberto Baldan.
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade
de Engenharia Elétrica e de Computação.

1. Motores elétricos de indução. 2. Motores elétricos de corrente alternada.
I. Ruppert Filho, Ernesto, 1948-. II. Baldan, Carlos Alberto. III. Universidade
Estadual de Campinas. Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação.
IV. Título.

Informações para Biblioteca Digital

Título em outro idioma: A study about a three-phase transverse flux linear induction motor

Palavras-chave em inglês:

Electric motors, Induction

Electric motors, Alternating Current

Área de concentração: Energia Elétrica

Titulação: Mestre em Engenharia Elétrica

Banca examinadora:

Ernesto Ruppert Filho [Orientador]

Renato Crivellari Creppe

Mateus Giesbrecht

Data de defesa: 17-02-2017

Programa de Pós-Graduação: Engenharia Elétrica

Comissão Julgadora – Dissertação de Mestrado

Candidato: Rolando Rodrigo Caicedo Castro

RA: 153776

Data da Defesa: 17 de Fevereiro de 2017

Título da Tese: “UM ESTUDO SOBRE O MOTOR DE INDUÇÃO LINEAR TRIFÁSICO DE FLUXO TRANSVERSAL”.

Prof. Dr. Ernesto Ruppert Filho (Presidente, FEEC/UNICAMP)

Prof. Dr. Renato Crivellari Creppe (UNESP)

Prof. Dr. Mateus Giesbrecht (FEEC/UNICAMP)

A ata de defesa, com as respectivas assinaturas dos membros da Comissão Julgadora, encontra-se no processo de vida acadêmica do aluno.

Dedico este trabalho aos meus irmãos (Cláudio e Daniela), sem eles minha vida não seria a mesma.

AGRADECIMENTOS

A meus pais Rolando e Iris por acreditarem em mim para empreender esta travessia.

A meus irmãos Claudio e Daniela por ter suportado minha longa estada fora de casa.

A meus avós Clementino e Paulina que sempre me deram força para continuar.

A meus tios Marisol, Eddie, Tito e Catherine por me darem os ânimos necessários.

A meu orientador (Prof. Ruppert) por todo o apoio e orientação recebidos, toda sua ajuda nos momentos que tive problemas e por aceitar meu tema de trabalho confiando em mim.

A meu co-orientador (Prof. Baldan) por seus conselhos nos momentos que me achava sem chances na direção do trabalho.

A meus amigos do laboratório: Adson, Dante, Hugo, Lucas, Marcelo, Marcos, Paulo, Pedro, Ramon, Tarcio, Tisciane e Vanessa, pela recepção, companheirismo e ajuda quando ocorreram problemas.

A os membros da casa onde moro que me acolheram como um mais deles: Emilianne, Allan, David, Kauan, Kaue, Virgílio e Vivianne.

A todos os amigos que conheci na universidade e que, de algum modo, alegraram minha vida neste país. Sendo tão numerosos não me atrevo a nomeá-los por medo de me esquecer do nome de algum deles.

Finalmente agradeço à CAPES pela bolsa de Mestrado concedida.

“Labor Omnia Vincit”

(Virgílio)

RESUMO

A presente dissertação de mestrado apresenta uma análise da força magnética desenvolvida por um motor de indução linear trifásico de fluxo transversal, por meio do desenvolvimento de um modelo analítico que leva em consideração o efeito de espraçamento do fluxo magnético do entreferro do motor.

Até agora, o efeito de espraçamento de fluxo magnético no motor de indução linear de fluxo transversal não tinha sido muito estudado na literatura, este trabalho apresenta-se como uma forma possível de levar em consideração este efeito no motor.

O efeito de espraçamento de fluxo magnético no sentido transversal é determinado utilizando-se um modelo em duas dimensões para a corrente elétrica no secundário, baseado no potencial elétrico vetorial. O efeito de espraçamento de fluxo magnético no sentido longitudinal é considerado por meio da aplicação da série de Fourier.

Os resultados obtidos da análise matemática são comparados com os resultados obtidos em simulações computacionais utilizando um software comercial baseado no método dos elementos finitos em três dimensões. A força linear determinada a partir da análise matemática é corrigida utilizando um fator que leva em consideração o efeito longitudinal de extremidade.

Palavras chave: motor de indução linear trifásico de fluxo transversal, método dos elementos finitos, efeito de espraçamento de fluxo magnético.

ABSTRACT

This master dissertation presents an analysis of the magnetic force developed by a transverse flux three-phase linear induction motor through the development of an analytical model that considers the fringing magnetic flux effect in the motor air gap.

Until now, the fringing magnetic flux effect in transverse flux linear induction motors were not sufficiently studied in the literature. This work shows a methodology to include this effect in the motor mathematical model.

The fringing magnetic flux effect in the transverse direction is determined using a two-dimensional model for the secondary electric current based on the vector electric potential. The fringing magnetic flux effect in the longitudinal direction is considered using the Fourier series method.

The obtained results using the mathematical analysis developed are compared to computational simulations results obtained using a three-dimensional finite element method commercial software. The obtained linear force from the mathematical analysis is corrected with a factor that takes into account the longitudinal end effect.

Keywords: three phase transverse flux linear induction motor, three-dimensional finite element method, fringing magnetic flux effect.

RESUMEN

La presente disertación de magister presenta el análisis de la fuerza magnética desarrollada por un motor de inducción lineal trifásico de flujo transversal a través del desarrollo de un modelo analítico que lleve en consideración el efecto marginal del flujo magnético en el entrehierro del motor.

Hasta ahora, el efecto marginal de flujo magnético en los motores de inducción lineales de flujo transversal no ha sido demasiado estudiado en la literatura, este trabajo se presenta como una forma de llevar en cuenta este efecto en el motor.

El efecto marginal de flujo magnético en el sentido transversal es determinado utilizando un modelo en dos dimensiones para la corriente eléctrica en el secundario, en base al potencial eléctrico vectorial. El efecto marginal de flujo magnético en el sentido longitudinal es considerando por medio de la aplicación de la serie de Fourier.

Los resultados obtenidos del análisis matemático son comparados con los resultados obtenidos en simulaciones computacionales utilizando un software comercial basado en el método de elementos finitos en tres dimensiones. La fuerza lineal obtenida a partir del análisis matemático es corregida utilizando un factor que lleva en consideración el efecto longitudinal de extremidad.

Palabras clave: motor de inducción lineal trifásico de flujo transversal, método de elementos finitos, efecto marginal de flujo magnético.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Esquema de conversão de motor tradicional em motor linear. [4].	26
Figura 2.2: Partes de um motor de indução linear.	26
Figura 2.3: Classificação dos MIL de acordo ao comprimento do primário e do secundário. a) Primário longo. b) Secundário longo. [4].	27
Figura 2.4: Orientação das correntes elétricas e dos fluxos magnéticos em motores de indução lineares. a) Fluxo longitudinal, b) fluxo transversal. [19].	29
Figura 2.5: Comparação das distribuições de fluxo magnético em motores lineares de indução. a) Fluxo transversal. b) Fluxo longitudinal. [20].	30
Figura 2.6: Configuração básica de um motor de indução linear trifásico de fluxo transversal. [14].	31
Figura 2.7: Comparação entre os tipos de enrolamentos em um MILTFT de duas faces. a) enrolamento de tipo concentrado. b) enrolamento de tipo distribuído. [20].	31
Figura 2.8: Enrolamentos de tipo superficiais nos MILTFT. a) Tipo C fechado. b) Tipo C. c) Tipo E enrolamento triplo. d) Tipo E bobina central. [20].	31
Figura 3.1: Motor de indução linear trifásico de fluxo transversal estudado.	33
Figura 3.2: Conceito de densidade superficial de corrente elétrica do primário.	34
Figura 3.3: Conceito de lâmina com densidade linear de corrente elétrica no primário.	36
Figura 3.4: Distribuição das densidades de correntes elétricas no secundário.	36
Figura 3.5: Esquema do entreferro no MILTFT com corte transversal.	39
Figura 3.6: Espreadimento das linhas de fluxo magnético no entreferro (obtido por o método dos elementos finitos).	40
Figura 3.7: Componente y da densidade de fluxo magnético no entreferro.	40
Figura 3.8: Setores no entreferro do MILTFT.	41
Figura 3.9: Distribuição da componente y da densidade de fluxo magnético normalizado ao longo da direção transversal em função do escorregamento, entreferro de 10 mm.	44
Figura 3.10: Comparação das componentes da força linear no motor.	46
Figura 3.11: Contribuição de cada componente de força na força total do motor linear.	46
Figura 3.12: Motor de indução linear com secundário longo.	47
Figura 3.13: Representação das ondas de densidade de fluxo magnético presentes no entreferro.	48

Figura 3.14: Curvas de força vs escorregamento de um MIL hipotético.....	49
Figura 3.15: Curva de características mecânicas para distintos MIL. a) Baixa Velocidade, b) Média velocidade, c) Alta velocidade.	50
Figura 3.16: Núcleo tipo E trifásico utilizado no MILTFT	52
Figura 3.17: Força linear desenvolvida pelo motor.....	56
Figura 4.1: Comparação das distribuições das densidades de fluxo magnético no entreferro dos motores de indução lineares produzidos por uma fase. a) MILTFL b) MILTFT.	58
Figura 4.2: Forma de onda da densidade de fluxo magnético no entreferro usando a análise harmônica, utilizando as primeiras 101 harmônicas.....	59
Figura 4.3: Densidade de fluo magnético no sentido longitudinal no entreferro.	60
Figura 4.4: Espraimento da densidade de fluxo magnético no entreferro no sentido longitudinal.	60
Figura 4.5: Distribuição da densidade de fluxo magnético no entreferro no sentido longitudinal produzido por uma fase.....	61
Figura 4.6: Onda da densidade de fluxo magnético no entreferro, total e harmônicas... 	63
Figura 4.7: Comparação das formas de onda da densidade de fluxo magnético no sentido longitudinal no entreferro.	64
Figura 4.8: Curvas de características mecânicas para cada componente harmônica.	65
Figura 4.9: Circuito magnético simplificado para a análise.....	66
Figura 5.1: Processo de refinamento de malhas para determinação da solução dos problemas	70
Figura 5.2: Primário do MILTFT modelado no MEF alimentado pela sequencia de fase A-B-C.	74
Figura 5.3: Secundário composto do MILTFT modelado no MEF.....	74
Figura 5.4: Curva de magnetização para o núcleo de aço Steel-1008.....	75
Figura 5.5: Núcleo tipo E utilizado no motor.....	76
Figura 5.6: Malha gerada no MEF para os núcleos do primário.	78
Figura 5.7: Malha gerada no MEF para as bobinas do primário.....	78
Figura 5.8: Malha gerada no MEF para a placa de alumínio do secundário.	79
Figura 5.9: Malha gerada no MEF para a placa de aço do secundário.	79
Figura 5.10: Densidade de fluxo magnético no sentido transversal para entreferro magnético de 10 mm.....	80

Figura 5.11: Densidade de fluxo magnético no sentido transversal para entreferro magnético de 8 mm.	80
Figura 5.12: Densidade de fluxo magnético no sentido longitudinal para entreferro magnético de 10 mm.	81
Figura 5.13: Densidade de fluxo magnético no sentido longitudinal para entreferro magnético de 8 mm.	81
Figura 5.14: Módulo da densidade de fluxo magnético para um entreferro magnético de valor 10 mm. a) 1200 AE, b) 2400 AE, c) 3600 AE, d) 4800 AE.	82
Figura 5.15: Permeabilidade magnética relativa no aço. a) componente x, b) componente z.	83
Figura 5.16: Detalhe da geometria do MILTFT para o AH3D.	84
Figura 5.17: Isovalores da componente “x” da densidade de corrente no secundário. NI=2400 AE, 60 Hz.	85
Figura 5.18: Isovalores da componente “y” da densidade de corrente no secundário. NI=2400 AE, f=60 Hz.	85
Figura 5.19: Potência dissipada no secundário para cada componente de corrente. NI=2400 AE.	86
Figura 5.20: Energia magnética no entreferro para cada componente de campo magnético. NI=2400 AE.	86
Figura 5.21: Componente x da densidade de fluxo magnético no entreferro. NI=2400 AE, f=60 Hz, fase=0.	87
Figura 5.22: Componente y da densidade de fluxo magnético no entreferro. NI=2400 AE, f=60 Hz=0, fase=0.	87
Figura 5.23: Componente Z da densidade de fluxo magnético no entreferro. NI=2400 AE, f=60 Hz, fase=0.	88
Figura 5.24: Força linear desenvolvida pelo MILTFT para corrente elétrica de 40 A de pico 60 espiras e frequência de 60 Hz < f < 42 Hz.	89
Figura 5.25: Força linear desenvolvida pelo MILTFT para corrente elétrica de 40 A de pico 60 espiras e frequência de 36 Hz < f < 21 Hz.	90
Figura 5.26: Força linear desenvolvida pelo MILTFT para corrente elétrica de 40 A de pico 60 espiras e frequência de 18 Hz < f < 9 Hz.	90
Figura 5.27: Detalhe figura 4.26 para a região no regime permanente.	91
Figura 5.28: Força linear desenvolvida pelo MILTFT para corrente elétrica de 40 A de pico 60 espiras e frequência de 7 Hz < f < 1 Hz.	91

5.29: Força média no estado permanente vs frequência de escorregamento.....	92
Figura 5.30: Componente z da densidade de fluxo magnético no sentido transversal. 40 A de pico 60 espiras.....	92
Figura 5.31: Componente z da densidade de fluxo magnético no sentido longitudinal. 40 A de pico 60 espiras.....	93
Figura 6.1: Comparação entre forças calculadas e forças obtidas por simulação para o motor A, corrente elétrica do primário 40 A de pico e 60 espiras por bobina.....	96
Figura 6.2: Comparação entre forças calculadas e forças obtidas por simulação para o motor B, corrente elétrica do primário 40 A de pico e 60 espiras por bobina.....	96
Figura 6.3: Comparação entre forças calculadas e forças obtidas por simulação para o motor C, corrente elétrica do primário 40 A de pico e 60 espiras por bobina.....	97
Figura 6.4: Comparação entre forças calculadas e forças obtidas por simulação para o motor A levando em conta o fator do ELE, corrente elétrica do primário 40 A de pico e 60 espiras por bobina.	98
Figura 6.5: Comparação entre forças calculadas e forças obtidas por simulação para o motor B levando em conta o fator do ELE, corrente elétrica do primário 40 A de pico e 60 espiras por bobina.	98
Figura 6.6: Comparação entre forças calculadas e forças obtidas por simulação para o motor C levando em conta o fator do ELE, corrente elétrica do primário 40 A de pico e 60 espiras por bobina.	99
Figura 6.7: Comparação de forças calculadas e de simulação para o motor A levando em conta o fator do ELE e utilizando a fundamental, quinta e sétima harmônicas. Corrente elétrica do primário 40 A de pico e 60 espiras por bobina.....	102
Figura 6.8: Comparação de forças calculadas e de simulação para o motor B levando em conta o fator do ELE e utilizando a fundamental, quinta e sétima harmônicas. Corrente elétrica do primário 40 A de pico e 60 espiras por bobina.....	103
Figura 6.9: Comparação de forças calculadas e de simulação para o motor C levando em conta o fator do ELE e utilizando a fundamental, quinta e sétima harmônicas. Corrente elétrica do primário 40 A de pico e 60 espiras por bobina.....	103
Figura 6.10: Comparação do rendimento para a configuração A, corrente elétrica do primário 40 A de pico e 60 espiras por bobina.	107
Figura 6.11: Comparação do rendimento para a configuração B, corrente elétrica do primário 40 A de pico e 60 espiras por bobina.	107

Figura 6.12: Comparação do rendimento para a configuração C, corrente elétrica do primário 40 A de pico 60 espiras por bobina.	108
Figura C.1: Contribuições da força de cada onda de ELE.	123
Figura C.2: Excursão do fator k_{end} em função do escorregamento	125
Figura D.1: Determinação gráfica do ponto de operação na curva B-H do aço.	127

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1: Dimensões do MILTFT utilizado	51
Tabela 3.2: Características do núcleo do primário	52
Tabela 3.3: Valores de escorregamentos, frequências e constantes de atenuação.	53
Tabela 3.4: Valores das constantes da A, C e E para cada valor de escorregamento.....	53
Tabela 3.5: Valores dos potenciais elétricos vetoriais.....	54
Tabela 3.6: Valores da densidade de fluxo magnético no entreferro	55
Tabela 3.7 :Força desenvolvida pelo motor para diferentes valores de escorregamento	56
Tabela 4.1: Comparação dos fatores de Fourier para os harmônicos.....	62
Tabela 5.1: Parâmetros dos objetos utilizados	75
Tabela 5.2: Dimensões do núcleo e do secundário.....	76
Tabela 5.3: Resultados do processo de refinamento de malha.	77
Tabela 5.4: Estatísticas dos elementos no MEF	77
Tabela 6.1: Configurações do MILTFT.	94
Tabela 6.2: Valores de força linear obtidos por elementos finitos dos motores com corrente elétrica de primário de 40 A de pico e 60 espiras por bobina.	95
Tabela 6.3: Comparações das forças calculadas e simuladas no MEF para o motor A.	100
Tabela 6.4: Comparações das forças calculadas e simuladas no MEF para o motor B.....	100
Tabela 6.5: Comparações das forças calculadas e simuladas no MEF para o motor C.....	101
Tabela 6.6: Valores obtidos em simulações de potências e energias no secundário do motor A.	104
Tabela 6.7: Valores obtidos em simulações de potências e energias no secundário do motor B.	105
Tabela 6.8: Valores obtidos em simulações de potências e energias no secundário do motor C.	106

ACRÔNIMOS E SÍMBOLOS

AE3D	Análise estática em três dimensões
AH3D	Análise harmônica em três dimensões
AT3D	Análise transitória em três dimensões
ELE	Efeito longitudinal de extremidade
ELEE	Efeito longitudinal de extremidade de entrada
ELES	Efeito longitudinal de extremidade de saída
Fmm	Força magnetomotriz
\vec{A}	Potencial elétrico vetorial no entreferro
\vec{B}	Vetor densidade de fluxo magnético
\vec{D}	Vetor densidade de campo elétrico
\vec{E}	Vetor intensidade de campo elétrico
\vec{E}_s	Vetor intensidade de campo elétrico no secundário
\vec{H}	Vetor intensidade de campo magnético
\vec{J}_p	Vetor densidade linear de corrente elétrica no primário
\vec{J}_s	Vetor densidade de corrente elétrica no secundário
\vec{M}	Potencial magnético vetorial
\vec{T}	Potencial elétrico vetorial no secundário
\vec{b}	Vetor densidade de fluxo magnético no entreferro
\vec{b}_p	Vetor densidade de fluxo magnético no entreferro produzido pelo primário
\vec{b}_s	Vetor densidade de fluxo magnético no entreferro produzido pelo secundário
A_0	área da perna do núcleo
a_n	Fator da harmônica de fourier para a onda quadrada
B_0	Densidade de fluxo magnético estático no entreferro
B_{mc}	Densidade de fluxo magnético estático no entreferro da perna central
B_{ml}	Densidade de fluxo magnético estático no entreferro da perna lateral
B_n	Valor máximo da onda normal de densidade de fluxo magnético no entreferro
B_p	Valor máximo da densidade de fluxo magnético produzido pelo primário
B_s	Valor máximo da densidade de fluxo magnético produzido pelo secundário
B_1	Valor máximo da onda de efeito longitudinal de extremidade de entrada

B_2	Valor máximo da onda de efeito longitudinal de extremidade de saída
b_{nexp}	Fator da harmônica de Fourier para a onda exponencial
b_p	Comprimento do núcleo
c_n	Fator da harmônica de Fourier para a onda exponencial e quadrada
F_x	Força desenvolvida pelo motor
f	Frequência das correntes elétricas do primário
g	Entreferro físico do motor
g_c	Entreferro corrigido do motor fora da zona ativa
g_{mag}	Entreferro magnético
g_{mec}	Entreferro mecânico
h	Espessura da placa condutora do secundário
I_p	Valor de pico da corrente nos enrolamentos do primário
i_p	Valor instantâneo da corrente nos enrolamentos do primário
J_p	Valor de pico da densidade linear de corrente do primário
J_{sx}	Valor de pico da densidade linear de corrente do secundário na direção x
J_{sz}	Valor de pico da densidade linear de corrente do secundário na direção z
j_{sx}	Valor instantâneo da densidade linear de corrente do secundário na direção x
j_{sz}	Valor instantâneo da densidade linear de corrente do secundário na direção z
k	Número de onda dos campos no motor
k_e	Constante de atenuação para a onda exponencial na direção longitudinal
k_{ele}	Fator do efeito longitudinal de extremidade
k_f	Fator da Fmm no entreferro
k_{ue}	Fator para o corrigir o comprimento do entreferro fora da zona ativa
L	Comprimento do estator do motor de indução linear
l_m	Comprimento médio do circuito magnético
N_e	Número de espiras por pólo e por fase do primário
n	Número da harmônica
P	Quantidade de pólos
P_{dis}	Potência dissipada no secundário
P_{mec}	Potência mecânica desenvolvida pela máquina
P_s	Potência reativa no secundário
S_{sec}	Potência aparente no secundário

s	Escorregamento do linor
V_{sec}	Tensão induzida no secundário
v_l	Velocidade do linor
W_{mag}	Energia magnética
x, y, z	Eixos coordenados
α	Constante de atenuação
η_s	Rendimento do secundário
μ	Permeabilidade magnética
ξ	Constante da transformada de Fourier
σ	Condutividade da placa condutora do secundário
τ	Passo polar
ω	Frequência angular das correntes elétricas do primário
$\cos(\varphi_s)$	Fator de potência do secundário
\mathcal{R}	Relutância magnética

SUMARIO

1. INTRODUÇÃO	22
1.1 Aspectos Gerais	22
1.2 Proposta de Trabalho	23
2. O MOTOR ELÉTRICO LINEAR DE INDUÇÃO.	25
2.1 Introdução	25
2.2 motor de indução linear trifásico de fluxo transversal.....	28
3. ANÁLISE BIDIMENSIONAL DO MOTOR DE INDUÇÃO LINEAR TRIFÁSICO DE FLUXO TRANSVERSAL.....	33
3.1 Densidade linear de corrente elétrica no primário	34
3.2 Análise em duas dimensões da corrente elétrica no secundário	35
3.3 Espreadimento do fluxo magnético na direção transversal.	39
3.4 Influência do fluxo espreado na direção transversal no cálculo da força do motor linear.	44
3.5 Efeito Longitudinal de Extremidade.....	47
3.6 Energia e potência no secundário	50
3.7 Projeto inicial de motor de indução linear trifásico de fluxo transversal	51
4. ANÁLISE HARMÔNICA DA ONDA DE FORÇA MAGNETOMOTRIZ.	57
4.1 Configuração do motor	57
4.2 Análise harmônica espacial da densidade de Fluxo magnético no entreferro.	58
4.2.1 Espreadimento de fluxo magnético na direção longitudinal.	59
4.2.2 Determinação da força por análise de harmônicos.....	63
4.3 Força magnetomotriz e densidade de Fluxo magnético.....	65
5. PROJETO DO MOTOR UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS.....	68
5.1 Aplicação do método dos elementos finitos - MEF.....	69
5.1.1 Análise estática em três dimensões.	71
5.1.2 Análise harmônica em três dimensões.	72
5.1.3 Análise transitória em três dimensões.....	72

5.2	Modelamento do motor de indução linear de fluxo transversal com o método dos elementos finitos	73
5.2.1	Simulações usando a análise estática em três dimensões – AE3D	75
5.2.2	Análise harmônica em três dimensões – AH3D.....	83
5.2.3	Análise transitória em três dimensões – AT3D.....	88
6.	COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DE SIMULAÇÕES COM O DESENVOLVIMENTO TEÓRICO	94
6.1	Introdução	94
6.2	Comparações de forças calculadas e obtidas por simulação.....	95
6.3	Fator de potência e rendimento do secundário.	104
7.	COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES	109
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	111
A.	ANEXO A. CONDIÇÕES DE FRONTEIRA E CORRENTES ELÉTRICAS NO SECUNDÁRIO.	116
A.1	APLICAÇÃO DAS CONDIÇÕES DE FRONTEIRA	116
A.2	CORRENTES ELÉTRICAS NO SECUNDÁRIO.	118
B.	ANEXO B. FATOR DE CORREÇÃO DO ENTREFERRO FORA DA ZONA ATIVA.	119
C.	ANEXO C. FATOR DE CORREÇÃO DO EFEITO LONGITUDINAL DE EXTREMIDADE.....	122
D.	ANEXO D. DETERMINAÇÃO DA PERMEABILIDADE MAGNÉTICA RELATIVA NO ENTREFERRO	126
E.	ANEXO E. PROGRAMAS COMPUTACIONAIS UTILIZADOS	128
E.1	Rotina de calculo de força.....	129
E.2	FUNÇÃO PARA DETERMINAÇÃO DA FORÇA	130
E.3	FUNÇÃO PARA DETERMINAR O FATOR DE EFEITO LONGITUDINAL DE EXTREMIDADE.....	131
E.4	FUNÇÃO PARA DETERMINAR A FORÇA MAGNETOMOTRIZ NO ENTREFERRO.....	132
E.5	FUNÇÃO PARA DETERMINAR O FATOR DO ENTREFERRO FORA DA ZONA ATIVA.....	132
E.6	FUNÇÃO PARA DETERMINAR O FATOR DE FOURIER LEVANDO EM CONTA O ESPRAIAMENTO NA DIREÇÃO LONGITUDINAL	133
E.7	FUNÇÃO PARA DETERMINAR O FATOR DE POTÊNCIA E O RENDIMENTO DO SECUNDÁRIO	133

1. INTRODUÇÃO

1.1 ASPECTOS GERAIS

O desenvolvimento das máquinas de indução lineares (MIL) é contemporâneo às máquinas rotativas. Elas foram inventadas no século XIX, no entanto, ganharam o interesse da indústria na década de 1960. A maioria das pesquisas estavam orientadas ao estudo de novas configurações de máquinas lineares, sua aplicação em sistemas de transporte ou em substituição de sistemas de máquinas rotativas com roldanas ou engrenagens. Algumas de suas aplicações são: elevadores, portas automáticas, correias transportadoras, movimentação de placas ferromagnéticas mas são principalmente utilizados em máquinas de transporte de passageiros como trens urbanos, trens interurbanos ou veículos de levitação magnética.

No âmbito de sistemas de transporte de passageiros que estejam atualmente operando com motor de indução linear pode-se mencionar o metrô de Vancouver na Canadá, cuja particularidade é funcionar de forma totalmente automatizada (sem condutor). Com uma extensão de 49 km ele é o metrô automatizado mais longo do mundo em operação. Transporta de 160 a 180 mil pessoas por dia, têm velocidade média de 45 km/h e atinge velocidade máxima de 80 km/h. Existe também uma linha de metrô em Toronto acionado por MIL, com uma extensão de 6,4 Km e apresenta uma velocidade média de 32 km/h [1].

Outro metrô que utiliza motor de indução linear é o metrô de Tóquio (linha Toei) o qual tem uma extensão de 40,7 km, transporta mais de 870 mil pessoas por dia e atinge velocidades de 70 km/h. No entanto não é o único sistema com esta tecnologia no Japão. Existem, também, metrôs acionados por motores de indução lineares nas cidades de Osaka, Sendai, Fukuoka, Yokohama, Kobe e, proximamente, na ilha de Okinawa [2].

No Brasil destaca-se o motor de indução linear do sistema Maglev-Cobra, um protótipo de veículo de levitação magnética construído na cidade de Rio de Janeiro pela COOPE-UFRJ, onde o sistema de propulsão é realizado por um motor de indução linear. O sistema de levitação está baseado em cerâmicas supercondutoras de alta temperatura compostas de Ítrio, Bário e Cobre ($\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$ ou YBCO). Estas cerâmicas apresentam supercondutividade quando são resfriadas abaixo da temperatura crítica de 95 K. Para realizar essa tarefa as cerâmicas são colocadas num criostato e submersas em nitrogênio líquido numa

temperatura de 77 K. Estas cerâmicas são dispostas sobre um trilho contendo ímãs permanentes de terras raras de Neodímio, Ferro e Boro (NdFeB). Os ímãs são dispostos numa matriz de Halbach e produzem uma força de repulsão nos supercondutores que possibilita a levitação. O Maglev-Cobra percorre uma distância 200 m de extensão e consegue atingir uma velocidade de 70 km/h [3].

Dentro das configurações dos motores de indução trifásicos lineares uma interessante proposta é o motor de indução linear trifásico de fluxo transversal, uma configuração onde, o fluxo magnético não segue um percurso longitudinal através do aço. Neste tipo de motores o fluxo magnético fecha-se num sentido transversal ao sentido de movimentação do motor. A maior vantagem deste tipo de configuração é que o fluxo magnético percorre um menor caminho se comparado com uma máquina de indução linear de fluxo longitudinal.

1.2 PROPOSTA DE TRABALHO

O trabalho proposto tem como objetivo o estudo do motor de indução linear trifásico de fluxo transversal através da análise das equações eletromagnéticas que governam o comportamento do motor, e o desenvolvimento de critérios para o projeto do mesmo usando expressões matemáticas e comparando os resultados calculados com os obtidos usando o método de elementos finitos.

Através da análise eletromagnética foi possível obter as características elétricas e magnéticas mais importantes do motor como: força, potência desenvolvida, fator de potência e rendimento.

O capítulo 2 apresenta uma descrição dos motores de indução lineares, suas configurações e descreve o motor de indução linear de fluxo transversal com suas principais características.

O capítulo 3 apresenta a análise eletromagnética do motor de indução linear envolvido, utilizando a análise em duas dimensões, introduzindo o conceito de densidade superficial de corrente elétrica, a determinação da densidade de fluxo magnético a partir do potencial elétrico vetorial, a obtenção das equações de campo magnético e o cálculo da força desenvolvida pelo motor linear. É descrito o efeito longitudinal de extremidade, uma

característica própria da máquina de indução linear. Também são determinadas as potências e as energias envolvidas no motor.

O capítulo 4 apresenta a determinação de variáveis utilizadas nas equações apresentadas no capítulo 3. Estas variáveis são obtidas a partir de determinados efeitos que devem ser considerados no motor estudado. O espraçamento do fluxo magnético na direção de movimento é determinado utilizando a série de Fourier e levado em consideração por meio de um fator de Fourier modificado. A determinação da força magnetomotriz na zona do entreferro é determinada a partir do cálculo simplificado do circuito magnético de cada núcleo do motor linear por meio de um fator similar ao fator de enrolamento.

O capítulo 5 apresenta o método dos elementos finitos (MEF) como ferramenta para o cálculo das grandezas do motor de indução. Apresenta-se a metodologia de modelagem do motor de indução linear usando esse método, explicando o procedimento utilizado e apresentando os resultados das simulações feitas usando um programa comercial de elementos finitos.

No capítulo 6 são apresentados os resultados obtidos do cálculo analítico em duas dimensões. São comparadas as forças desenvolvidas pelos motores estudados e são determinadas quantidades de interesse como energia magnética, potência desenvolvida, rendimento e fator de potência. Estas grandezas são comparadas com os resultados das simulações obtidas usando o método dos elementos finitos.

O capítulo 7 apresenta comentários e conclusões obtidas do trabalho realizado, comentários para aprimoramento dos resultados e propostas para futuros trabalhos.

Ao final são apresentadas as referências bibliográficas utilizadas, bem como anexos que mostram detalhes físicos e matemáticos envolvidos nos desenvolvimentos realizados.

2. O MOTOR ELÉTRICO LINEAR DE INDUÇÃO.

2.1 INTRODUÇÃO

O motor de indução elétrico linear (MIL) é uma máquina de conversão eletromecânica de energia que produz movimento mecânico linear a partir da energia elétrica. A diferença de um motor de indução girante ou rotativo (MIR) para o MIL é que este produz movimentação linear em vez de movimentação rotacional. A configuração do MIL pode ser imaginada a partir de um motor tradicional cortado axialmente e desenvolvido como é mostrado na figura 2.1. Desta forma, o campo magnético rotacional converte-se em um campo magnético translacional e a ação de conversão eletromecânica de energia consiste na produção de uma força unidirecional chamada eletromagnética que, descontadas as perdas, resulta numa força mecânica que movimenta a parte móvel do motor. Num motor de indução girante, a velocidade angular síncrona é função da velocidade angular e do número de polos da máquina. Em um motor de indução linear, a velocidade síncrona é a multiplicação entre duas vezes o passo polar da máquina (τ) e a frequência (f) das correntes elétricas do primário ($v_s = 2\tau f$).

As partes do MIL são apresentadas na figura 2.2. Estas partes são similares às presentes num MIR, constituído por um enrolamento primário onde são situadas as bobinas que produzem o campo magnético e um secundário onde são induzidas as forças eletromotrizes que produzem correntes elétricas. A interação entre estas partes produz uma força eletromagnética de deslocamento da parte móvel do motor.

O estator é a parte fixa do motor de indução linear e a parte móvel é denominada “*linor*” por analogia com o rotor do motor girante. Entre as vantagens desta configuração de motor de indução pode-se mencionar: a) a construção é mais simples do que a da máquina rotativa, b) não há rolamentos ou componentes que sofram desgastes mecânicos, reduzindo o esforço de manutenção e de desgastes, c) a transferência de potência entre o primário e o secundário pode ser efetuada unicamente através do entreferro, permitindo seu uso em acionamentos de levitação magnética, d) podem acionar diretamente cargas mecânicas que precisem de deslocamento linear, dispensando o uso de conversores de movimento rotacional para linear, e) permitem diferentes formas construtivas adaptando-se à tarefa ou aplicação

requerida, f) devido à sua construção robusta e simples, exigem pouca manutenção, g) apresentam elevada confiabilidade.

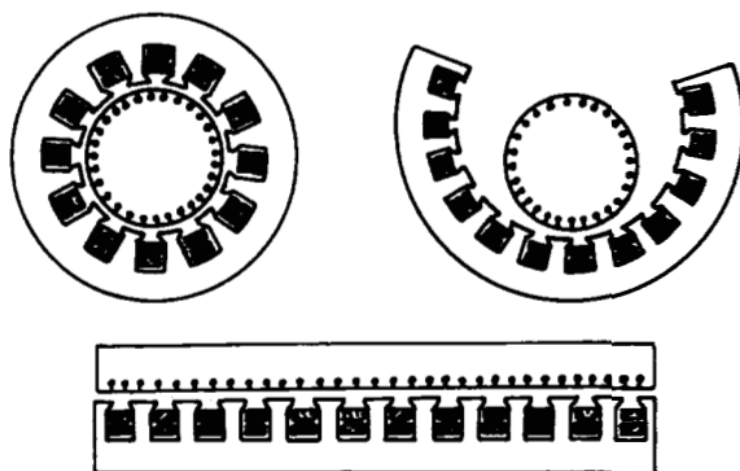


Figura 2.1: Esquema de conversão de motor tradicional em motor linear. [4].

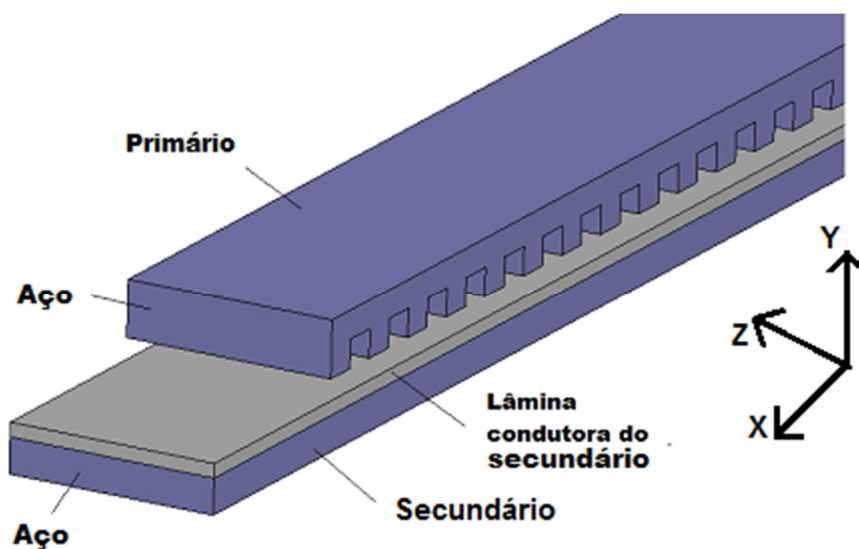


Figura 2.2: Partes de um motor de indução linear.

Os MILs não estão restritos à configuração apresentada na figura 2.2. Existem várias configurações de motores de indução lineares de tal modo que eles podem ser classificados quanto à quantidade de primários, a largura do primário e do secundário, a parte móvel, a construção do secundário e a distribuição do fluxo magnético [4] e [5]. As classificações mais importantes se apresentam como segue: a) conforme os comprimentos do primário e do secundário, eles podem ser classificados como de primário longo ou secundário

longo (Figura 2.3). Numa configuração de primário longo, o enrolamento trifásico deve ser colocado ao longo do todo o percurso de movimento o que conduz a um elevado consumo de energia elétrica e uma elevada corrente elétrica de magnetização se não for utilizada uma configuração que energize o primário por partes. A configuração com primário curto permite um maior aproveitamento da energia do sistema, b) em relação à parte móvel do sistema pode-se classificar o MIL em primário móvel ou secundário móvel. Quando o primário for móvel é necessário encontrar uma forma de transmitir a energia elétrica ao primário para este interagir com o secundário. Em uma configuração de secundário móvel, o primário fica fixo e não existem problemas na sua alimentação, c) dependendo da construção do secundário pode-se classificar os motores de indução lineares em dois tipos de secundário: de secundário (linor) só de aço, denominado secundário simples, ou de secundário de camada dupla, quando ele é construído com aço mais uma placa condutora não ferromagnética, denominada placa de reação, d) quantidade de faces: um MIL com dois primários se denomina MIL de duas faces. Se ele possuir só um primário ele será denominado de uma face. A vantagem de um motor de duas faces é que o fluxo magnético é muito mais regular do que no MIL de uma face, e) quando o fluxo magnético produzido pelo primário do motor se fecha no mesmo sentido de movimento do MIL, este se denomina de fluxo longitudinal. No caso em que o fluxo magnético tem um percurso perpendicular à direção de movimento do MIL, este se denomina de fluxo transversal.

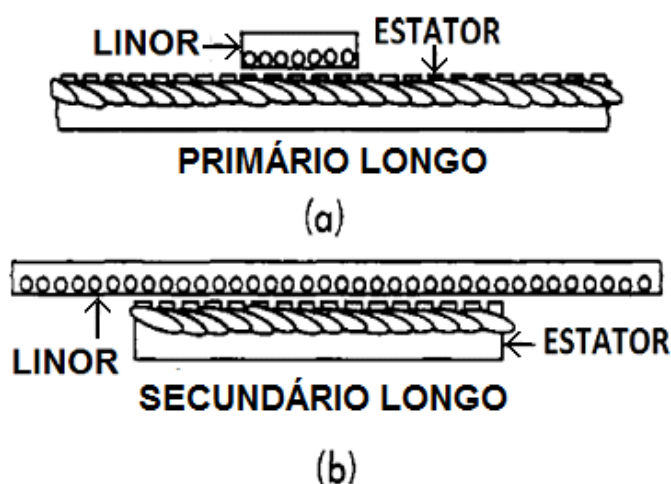


Figura 2.3: Classificação dos MIL de acordo ao comprimento do primário e do secundário. a) Primário longo. b) Secundário longo. [4].

Uma das maiores desvantagens do motor de indução linear é seu baixo rendimento para velocidades elevadas, principalmente devido à sua configuração, onde o

motor tem início e fim o que gera o chamado efeito longitudinal da extremidade (ELE). Este efeito diminui a força de translação do linor do motor elétrico que é diretamente proporcional à velocidade de operação do motor, restringindo o uso do MIL a baixas velocidades, inferiores a 100 km/h [6]. Apesar dessa desvantagem, a pesquisa do MIL foi amplamente desenvolvida, principalmente para seu uso em veículos de transporte. Teorias completas do funcionamento do MIL foram desenvolvidas e testadas em diversas unidades de demonstração ao longo dos anos [7] – [13] e até hoje existem pesquisadores trabalhando nessa área, aprimorando as análises e determinando novas formas de abordar a modelagem destes. [29]-[35].

2.2 MOTOR DE INDUÇÃO LINEAR TRIFÁSICO DE FLUXO TRANSVERSAL

O motor de indução linear trifásico de fluxo transversal (MILTFT) apresenta uma configuração especial de motor de indução onde a forma e a distribuição dos circuitos magnético e elétrico mudam em relação ao motor de indução linear convencional [15]. A grande maioria das máquinas elétricas existentes, tem seus circuitos elétricos e magnéticos referenciados a três planos como são mostrados na figura 2.4, onde a direção “x” representa a direção de movimento da onda viajante de campo magnético translacional e a direção de deslocamento do linor, a direção “y” representa a direção normal a superfície do linor e a direção “z” representa a direção transversal do motor de indução linear. Num motor de indução elétrico linear de fluxo longitudinal (MILTFL) o circuito magnético está localizado no plano x-y enquanto o circuito elétrico está localizado no plano x-z, como é apresentado na figura 2.4a. A força na direção x é produzida pela interação dos fluxos magnéticos na direção y e as linhas de corrente elétrica produzidas na direção z. Em um MILTFT o circuito elétrico também está localizado no plano x-z, mas a diferença entre o MILTFT e o MILTFL é que o circuito magnético num MILTFT está localizado no plano y-z, reduzindo, desta forma, o percurso que o fluxo magnético deve percorrer.

O MILTFT teve grande desenvolvimento no início da década de 70 devido às dificuldades para usar MILTFL em veículos de alta velocidade. Por um lado a velocidade síncrona de um MIL é diretamente proporcional ao passo polar e à frequência de alimentação. Quando o passo polar do MIL for aumentado com o objetivo de elevar sua velocidade síncrona, o percurso do fluxo magnético na direção de movimento aumenta (figura 2.5). Por

consequente, deve-se aumentar a área do núcleo para reduzir a sua relutância, o peso e a dispersão de fluxo magnético que aumentam também por causa do aumento do tamanho do núcleo. Em consequência ao aumentar o volume do núcleo, as perdas por histerese também aumentam. O MILTFT não sofre dessa desvantagem, devido ao fato de cada núcleo ser independente e do percurso do fluxo magnético ser bem menor quando comparado com o do MILTFL. Outra característica do MILTFT é a independência do fluxo magnético de cada fase com referência a outras fases [15]. Outra característica do MILTFT é que ele produz, ao mesmo tempo, forças de levitação e forças de tração de valores maiores do que MILTFL. [16]-[18].

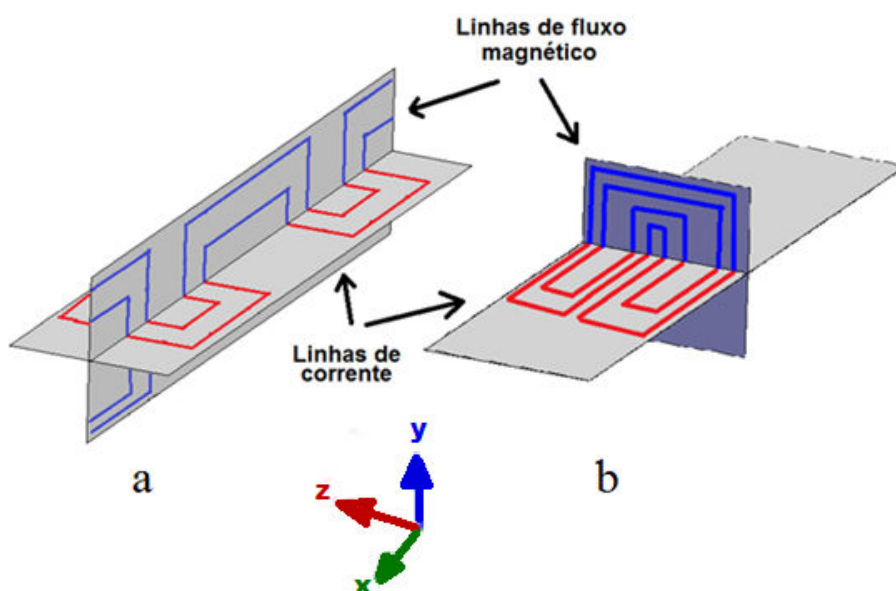


Figura 2.4: Orientação das correntes elétricas e dos fluxos magnéticos em motores de indução lineares. a) Fluxo longitudinal, b) fluxo transversal. [19].

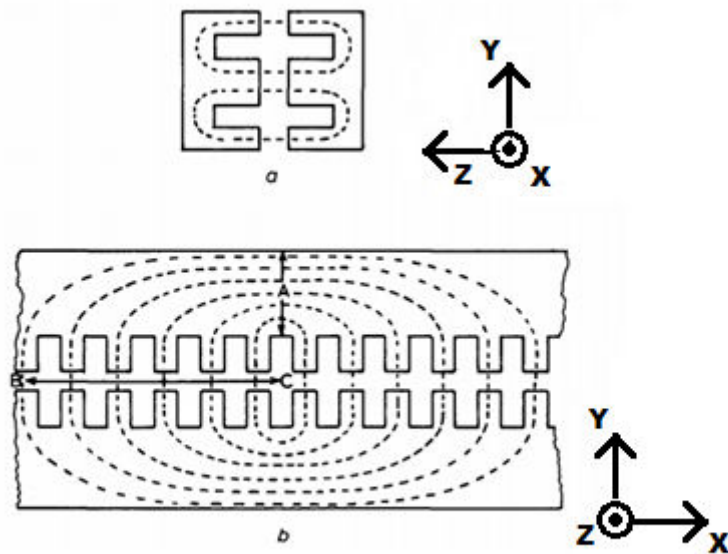


Figura 2.5: Comparação das distribuições de fluxo magnético em motores lineares de indução. a) Fluxo transversal. b) Fluxo longitudinal. [20].

O primário dos MILTFT é construído com núcleos individuais e espaçados entre si e a forma mais simples de construção é apresentada na figura 2.6. Neste tipo de configuração cada núcleo tem sua própria bobina, em consequência a indutância mútua entre distintas fases é praticamente nula.

Quando existe um enrolamento só por núcleo, a configuração é denominada de enrolamentos concentrados (figura 2.7a). Existe também a possibilidade de construir o MILTFT usando enrolamentos de tipo distribuídos (figura 2.7b). Uma desvantagem deste tipo de configurações é devido ao posicionamento das bobinas ocorrendo uma maior dispersão no núcleo magnético. Para solucionar este problema, é preferível colocar as bobinas nas zonas das faces polares do núcleo magnético. A figura 2.8 apresenta algumas das configurações possíveis para o MILTFT de duas faces. As configurações 2.8a-c apresentam a metade da relutância de magnetização que a configuração 2.8d, onde o fluxo magnético, produzido só pela bobina central, deve atravessar duas vezes o entreferro.

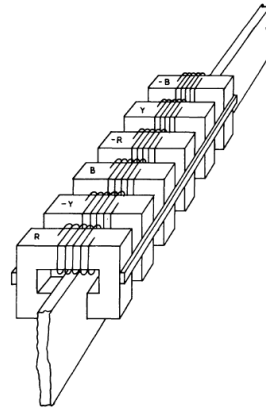


Figura 2.6: Configuração básica de um motor de indução linear trifásico de fluxo transversal. [14].

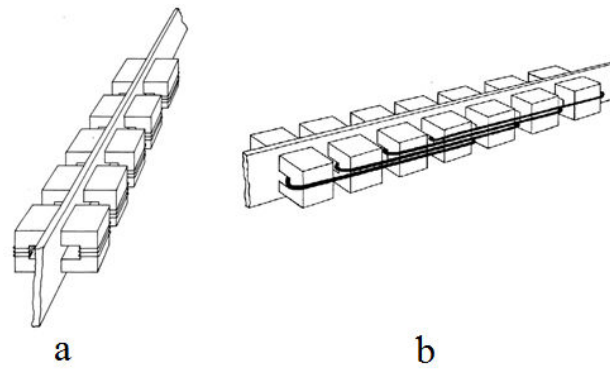


Figura 2.7: Comparação entre os tipos de enrolamentos em um MILTFT de duas faces. a) enrolamento de tipo concentrado. b) enrolamento de tipo distribuído. [20].

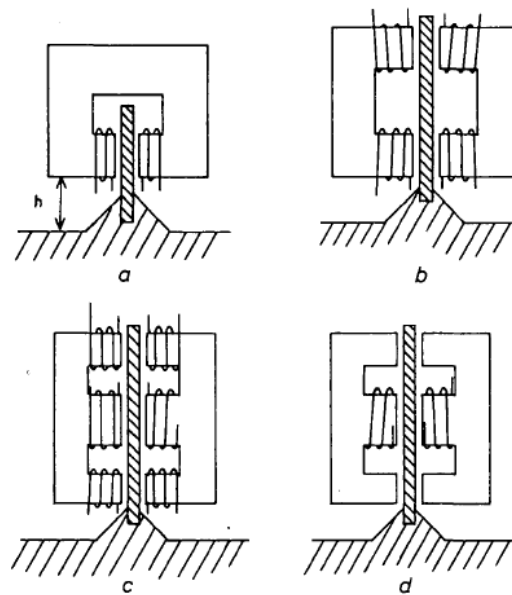


Figura 2.8: Enrolamentos de tipo superficiais nos MILTFT. a) Tipo C fechado. b) Tipo C. c) Tipo E enrolamento triplo. d) Tipo E bobina central. [20].

Além das configurações anteriormente descritas os MILTFT podem ser classificados dependendo de seu circuito magnético em aberto ou fechado. A vantagem de utilizar um circuito magnético aberto é que ele possibilita a levitação magnética do linor [16][19], porém este tipo de motor apresenta uma elevada dispersão, além de uma grande corrente elétrica de magnetização devido ao circuito magnético aberto. As perdas aumentam e o fator de potência do sistema é baixo devido ao fato dele apresentar um primário longo que deve estar energizado o tempo todo.

No caso de se desejar de levitação magnética para este tipo de motor, uma melhor alternativa é o seu uso de forma “invertida” estando o secundário de aço suspenso pelo campo magnético do primário. Neste caso a força do MILTFT atrai o secundário de aço por meio da força de relutância.

O problema do controle da força normal (levitação ou suspensão) do MILTFT é que esta atua integralmente acoplada à força linear desenvolvida pelo mesmo motor, sendo difícil seu ajuste e controle. Alguns autores propõem a adição de sistemas de controle de força linear e força normal a partir da adição de componentes de corrente elétrica contínua [20] [22] ou de componentes harmônicos [21] ao motor, para assim controlar adequadamente estas duas forças. Uma terceira opção seria utilizar eletroímãs que ajudam a compensar os efeitos de suspensão nos MILTFT [23].

3. ANÁLISE BIDIMENSIONAL DO MOTOR DE INDUÇÃO LINEAR TRIFÁSICO DE FLUXO TRANSVERSAL.

No estudo dos motores de indução lineares (MILs) pode-se realizar análises em uma, duas ou três dimensões [8],[10]. A análise em uma dimensão adapta-se muito bem para o estudo dos MILTFL, permitindo sua modelagem e estudo do comportamento da densidade de fluxo magnético ao longo da direção de deslocamento do motor [24]. Embora haja vantagens na análise em uma dimensão pela sua simplicidade, o MILTFT exige a utilização do modelo em duas dimensões devido à grande influência das correntes elétricas no sentido longitudinal presentes no secundário. O MILTFT é classificado como de núcleos tipo E com enrolamentos na perna central (Figura 3.1). Este tipo de motor apresenta zonas de espraio de fluxo magnético que influenciam a distribuição da corrente elétrica no linor.

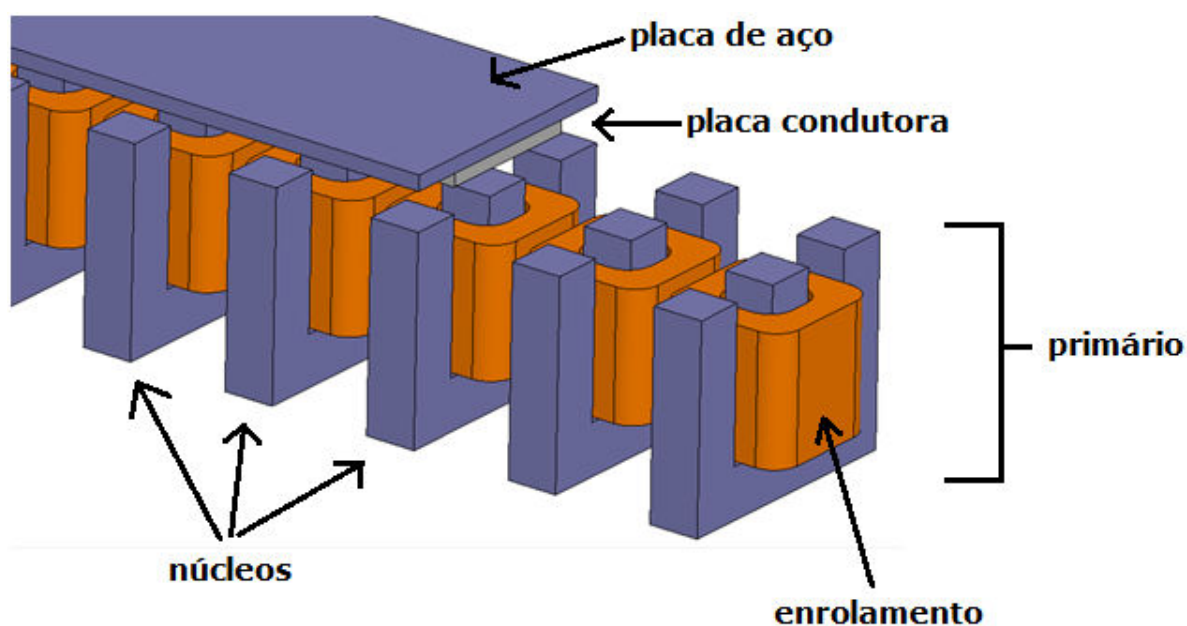


Figura 3.1: Motor de indução linear trifásico de fluxo transversal estudado

Quando o método tradicional de análise em uma dimensão é utilizado, um fator de correção à resistividade (ou condutividade) do linor é utilizado, porém este fator não leva em consideração o efeito de espraio de fluxo magnético. O método proposto em [25] é utilizado para o modelamento do MILTFT. Do ponto de vista da análise elétrica, o estator será o primário do motor e o linor será o secundário do motor. Baseado nisto, supõe-se o

seguintes: a) o motor trabalha com corrente elétrica alternada de valor pico constante. b) o enrolamento do primário é alterado para uma distribuição linear de corrente elétrica. c) o motor é infinitamente longo, de tal forma que o efeito longitudinal de extremidade pode ser desconsiderado. d) o fluxo magnético produzido no entreferro é sempre normal ao linor.

3.1 DENSIDADE LINEAR DE CORRENTE ELÉTRICA NO PRIMÁRIO

O motor de indução linear trifásico possui, na maioria dos casos, um enrolamento trifásico com condutores localizados em ranhuras do estator. Todos os enrolamentos da mesma fase têm a mesma quantidade de espiras e as bobinas da mesma fase estão conectadas em série, porém as correntes elétricas que circulam por elas compõem um sistema trifásico balanceado de correntes elétricas.

Quando se deseja utilizar a teoria de campos magnéticos para analisar a força magnetomotriz (F_{mm}) produzida pelo primário, a distribuição da corrente elétrica nos enrolamentos é usualmente representada por uma lâmina de corrente elétrica [8]. O enrolamento do primário produz uma distribuição contínua de corrente elétrica sobre a superfície do primário (lâmina de corrente elétrica). A lâmina de corrente elétrica é equivalente à distribuição do enrolamento que produz a mesma F_{mm} que o enrolamento do primário (Figura 3.1).

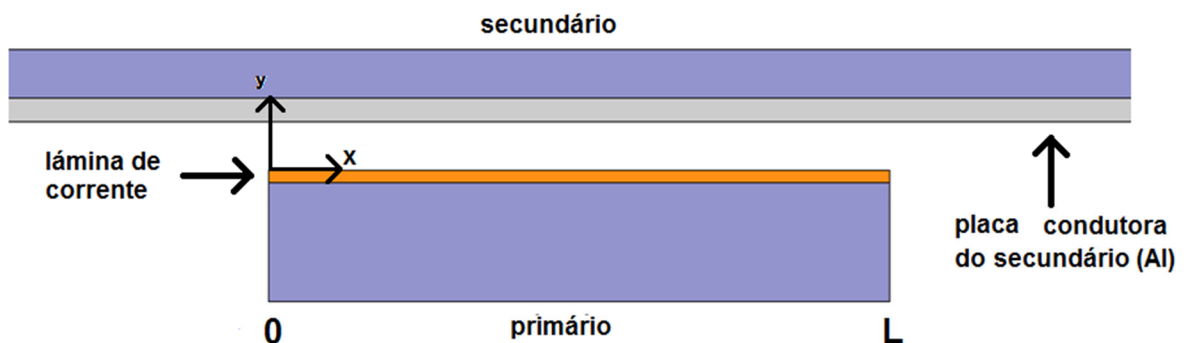


Figura 3.2: Conceito de densidade superficial de corrente elétrica do primário.

Usando a notação complexa, a corrente elétrica instantânea i_p por fase é da forma:

$$i_p = I_p e^{j(\omega t)} \text{ [A]} \quad (3.1)$$

Onde I_p é o valor pico da corrente elétrica, ω é a frequência angular da corrente elétrica que tem um valor de $2\pi f$ onde f é a frequência da corrente elétrica do primário. As correntes elétricas das outras fases estão desfasadas $2\pi/3$ e $4\pi/3$ respectivamente. Combinando o efeito das três correntes elétricas trifásicas alternadas no primário, produz-se uma força magnetomotriz da forma de onda viajante no entreferro dada por:

$$F_{mm} = \frac{3}{2} a_n \frac{N_e I_p k_f}{P} e^{j(\omega t - kx - \frac{\pi}{2})} \text{ [A]} \quad (3.2)$$

Onde N_e é o número de espiras de cada bobina, a_n é o fator de enrolamento para cada harmônico, k_f é o fator que determina a parte da força magnetomotriz total que é utilizada no entreferro por causa da geometria do MILTFT. P é o número de polos da máquina e k é o número de onda que está relacionado com o passo polar τ por meio de:

$$k = \frac{\pi}{\tau} \text{ [m}^{-1}\text{]} \quad (3.3)$$

Supõe-se uma distribuição linear de corrente elétrica j_p da lâmina da forma:

$$j_p = J_p e^{j(\omega t - kx)} \text{ [A/m]} \quad (3.4)$$

Onde J_p é o valor pico desta distribuição linear de corrente elétrica a qual produz uma força magnetomotriz (F_{mm}) no entreferro:

$$F_{mm} = \frac{J_p}{k} e^{j(\omega t - kx)} \text{ [A]} \quad (3.5)$$

Relacionando 3.4 com 3.2 e 3.5 se obtém a relação que representa o valor pico da densidade linear de corrente elétrica do primário:

$$J_p = \frac{3}{2} \frac{a_n k N_e I_p k_f}{P} \left[\frac{\text{A}}{\text{m}} \right] \quad (3.6)$$

3.2 ANÁLISE EM DUAS DIMENSÕES DA CORRENTE ELÉTRICA NO SECUNDÁRIO

No modelo da máquina de indução linear, mostrada na figura 3.1, quatro são as grandezas que descrevem o comportamento dos campos magnéticos no motor, sendo que estas grandezas são representadas num sistema com referencia ao secundário móvel. A

primeira das grandezas é o vetor densidade de corrente elétrica do primário, representada pela lâmina de corrente elétrica (Figura 3.3), a qual só tem componente no eixo z. Dessa forma:

$$\vec{J}_p = j_p \hat{z} = J_p e^{j(s\omega t - kx)} \hat{z} \quad (3.7)$$

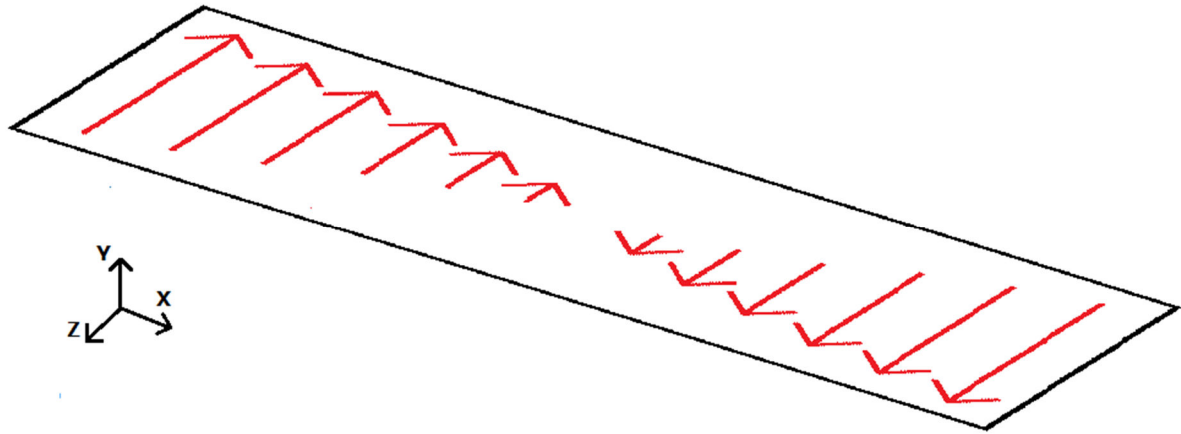


Figura 3.3: Conceito de lâmina de densidade linear de corrente elétrica no primário.

Onde s é o escorregamento do secundário. O vetor densidade de corrente elétrica induzida no secundário \vec{J}_s , é representado como uma distribuição de corrente elétrica que têm duas componentes, uma na direção “z” e outra na direção “x” (Figura 3.4).

$$\vec{J}_s = j_{sx} \hat{x} + j_{sz} \hat{z} = J_{sx} e^{j(s\omega t - kx)} \hat{x} + J_{sz} e^{j(s\omega t - kx)} \hat{z} \quad (3.8)$$

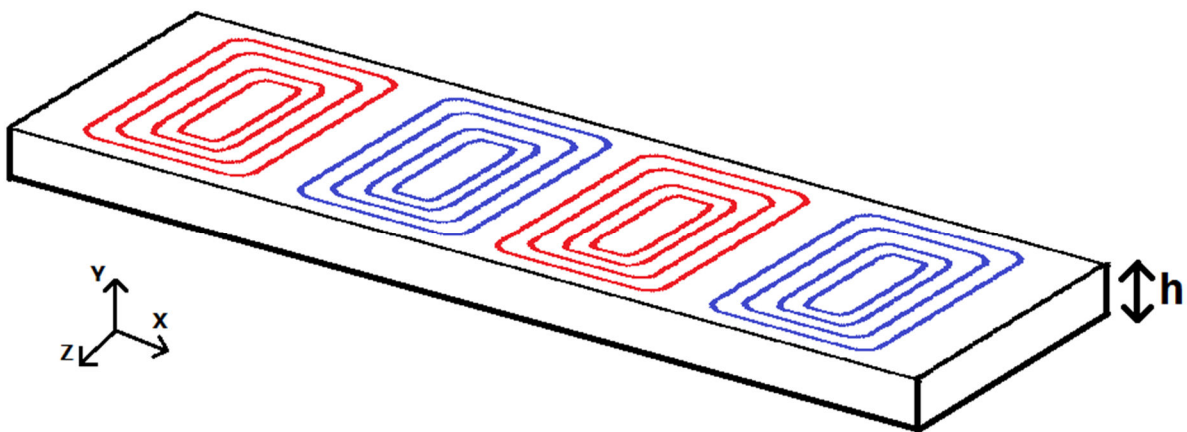


Figura 3.4: Distribuição das densidades de correntes elétricas no secundário.

A densidade de corrente elétrica no primário determinará uma densidade de fluxo magnético denominada \vec{b}_p e a densidade de corrente elétrica no secundário determinará outra

densidade de fluxo magnético denominada \vec{b}_s . Estas duas densidades de corrente elétrica determinam a distribuição de densidade de fluxo magnético no entreferro total denominada \vec{b} . As três parcelas de densidade de fluxo magnético têm componentes somente na direção y. Na forma vetorial as densidades são mostradas em (3.9), (3.10) e (3.11).

$$\vec{b} = \vec{b}_p + \vec{b}_s \quad (3.9)$$

$$\vec{b}_p = B_p e^{j(s\omega t - kx)} \hat{y} \quad (3.10)$$

$$\vec{b}_s = B_s e^{j(s\omega t - kx)} \hat{y} \quad (3.11)$$

Onde B_p é o de valor pico da densidade de fluxo magnético produzido pelo primário e B_s é o valor de pico da densidade de fluxo magnético produzido pelo secundário, B_p está relacionado com J_p por meio de:

$$B_p = j \frac{\mu_0}{gk} J_p \quad (3.12)$$

Onde g é o comprimento do entreferro do motor. Utilizando o procedimento descrito em [22], a distribuição de corrente elétrica no secundário pode ser descrita por meio do potencial elétrico vetorial \vec{T} . Dado que \vec{T} tem validade somente no secundário e a placa do secundário preenche só uma parte do entreferro. Supõe-se que a placa condutora do secundário preencha todo o espaço do entreferro. Para realizar esta modelagem, a condutividade do secundário σ_s será corrigida de acordo com (3.13) [25].

$$\sigma' = \sigma_s \frac{h}{g} \quad (3.13)$$

Onde σ_s é a condutividade do secundário, h é a espessura da placa do secundário. O potencial elétrico vetorial \vec{T} é definido como:

$$\vec{\nabla} \times \vec{T} = \vec{j}_s \quad (3.14)$$

Onde \vec{j}_s é a corrente elétrica no secundário. Utilizando a equação de Ampere-Maxwell tem-se:

$$\vec{\nabla} \times \vec{b}_s = \mu_0 \vec{j}_s \quad (3.15)$$

Relacionado às equações 3.14 e 3.15 e adicionando o potencial escalar ϕ , tem-se que a densidade de fluxo magnético do secundário é:

$$\vec{b}_s = \mu_0 \vec{T} - \nabla \phi \quad (3.16)$$

Assumindo $-\nabla\varphi = 0$. Combinando 3.9 e 3.16 tem-se que:

$$\vec{b} = \vec{b}_p + \mu_0 \vec{T} \quad (3.17)$$

Definindo \vec{E}_s como o campo elétrico no secundário, a relação entre \vec{E}_s e \vec{J}_s e determinada usando a lei de Ohm:

$$\vec{E}_s = \frac{\vec{J}_s}{\sigma} \quad (3.18)$$

A lei de Faraday estabelece que:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3.19)$$

Combinando as equações 3.14, 3.17, 3.18 e 3.19 a seguinte equação pode ser escrita:

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{T} = -\sigma' \frac{\partial (\mu_0 \vec{T} + \vec{b}_p)}{\partial t} \quad (3.20)$$

Usando $\nabla \cdot \vec{T} = 0$, a seguinte equação é obtida:

$$\nabla^2 \vec{T} - \sigma' \mu_0 \frac{\partial \vec{T}}{\partial t} = \sigma' \frac{\partial \vec{b}_p}{\partial t} \quad (3.21)$$

Levando em consideração que a corrente elétrica no secundário tem somente componentes nas direções x e z, o vetor \vec{T} terá componente na direção y e ele pode ser descrito como:

$$\vec{T}_y = T_y(z) e^{j(\omega t - kx)} \hat{y} \quad (3.22)$$

Substituindo a equação 3.22 na equação 3.21 obtém-se:

$$\frac{\partial^2 T_y}{\partial z^2} - \alpha^2 T_y = j\omega\sigma' B_p \quad (3.23)$$

Onde α^2 é dada por:

$$\alpha^2 = k^2 + j\omega\mu_0\sigma' \quad (3.24)$$

A equação 3.23 tem solução da forma:

$$T_y = A \cosh(\alpha z) + B \sinh(\alpha z) - j \frac{\omega\sigma'}{\alpha^2} B_p \quad (3.25)$$

3.3 ESPRAIAMENTO DO FLUXO MAGNÉTICO NA DIREÇÃO TRANSVERSAL.

A figura 3.5 apresenta a configuração do MILTFT. Esta configuração é denominada “de uma face com enrolamento superficial na perna central”. Neste caso o secundário consiste em uma placa condutora de alumínio onde são produzidas as correntes elétricas, produto da indução gerada pelo primário, e um bloco de aço cuja função é a de aumentar a densidade de fluxo magnético no entreferro. A parte acima da perna central será denominada zona ativa.

Esta configuração apresenta um efeito de espraio de fluxo magnético no entreferro como é apresentado na figura 3.6. Em consequência, existe uma componente “y” da densidade de fluxo magnético direcionada para o linor, acima da zona ativa (Fig. 3.7). Este efeito de espraio tem uma importante contribuição no valor da força do motor, especialmente quando o comprimento do entreferro é maior do que 15% do comprimento da seção transversal do primário do motor linear [7]. Para levar em conta o espraio de fluxo magnético, supõe-se que fora da zona ativa do primário também existe uma distribuição superficial de corrente elétrica.

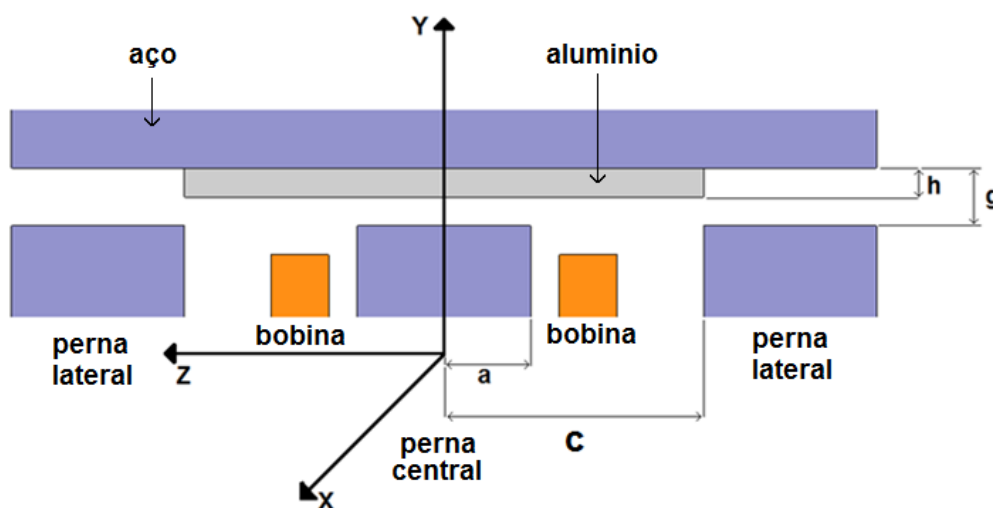


Figura 3.5: Esquema do entreferro no MILTFT com corte transversal.

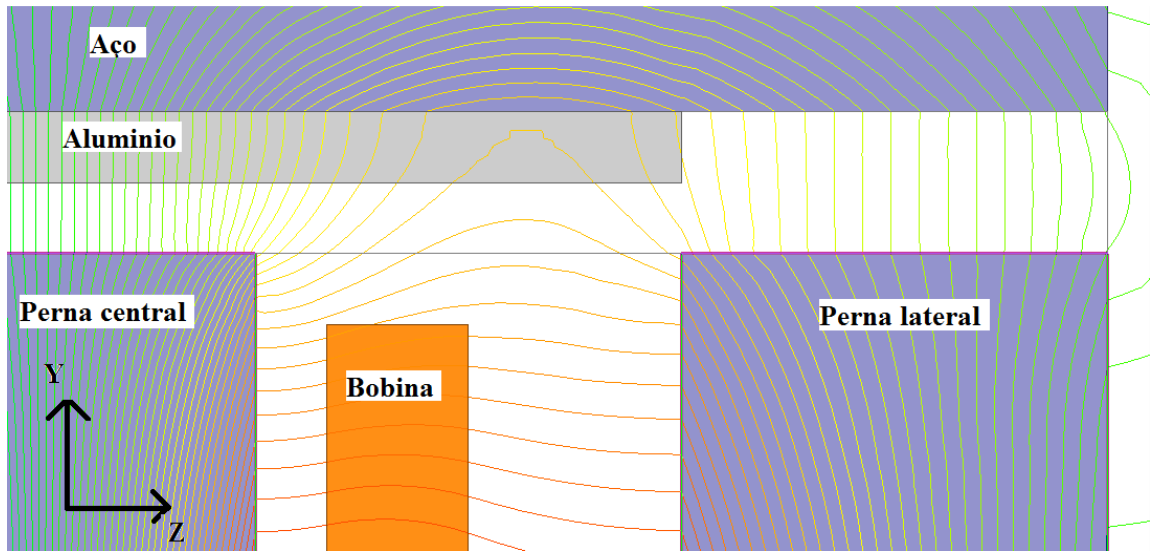


Figura 3.6: Espreadimento das linhas de fluxo magnético no entreferro (obtido por o método dos elementos finitos).

Para modelar este espreadimento de fluxo magnético foi considerado que a distribuição de densidade de fluxo magnético na direção y tem uma forma exponencial [25] que decresce ao longo do eixo z cuja equação é da forma (Figura 3.7):

$$B_{mc} e^{-\frac{z-a}{g}} \quad (3.26)$$

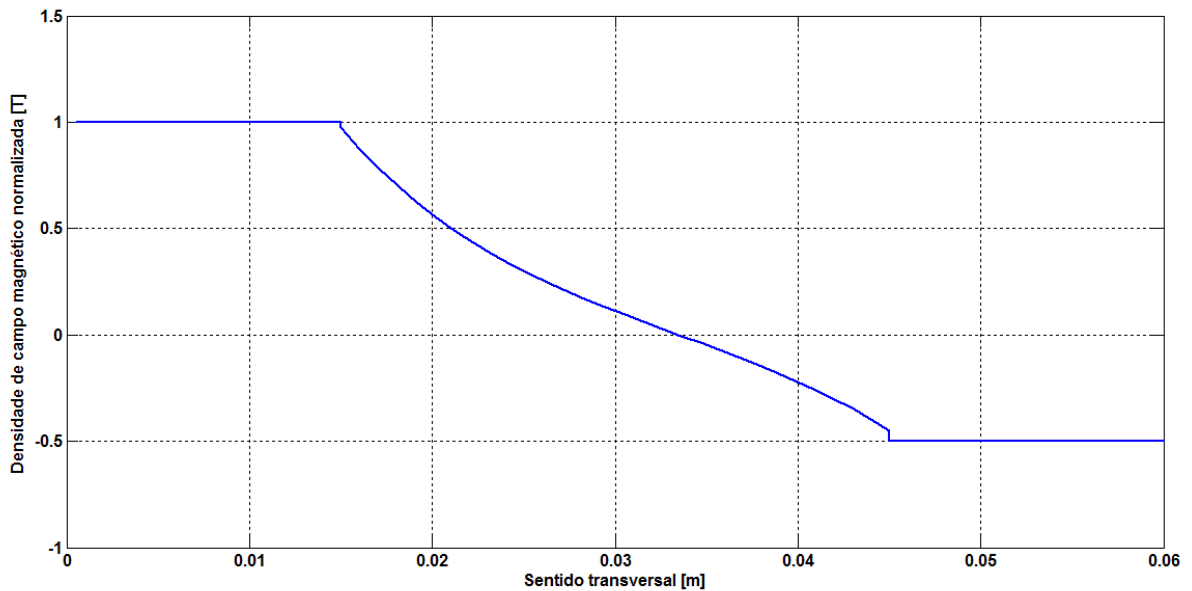


Figura 3.7: Componente y (normal) da densidade de fluxo magnético no entreferro.

B_{mc} é o valor da densidade de fluxo magnético produzido no entreferro acima da perna central do primário do MILTFT. Por outro lado a perna lateral produz outra densidade de fluxo magnético que decresce na direção z negativa. Em consequência, pode-se modelar esta distribuição do espreadimento produzido pela perna lateral como:

$$B_{ml} e^{\frac{z-c}{g}} \quad (3.27)$$

Onde B_{ml} é o valor da densidade de fluxo magnético no entreferro sobre a perna lateral. Dado que a área da perna central é igual à área da perna lateral tem-se que:

$$\frac{1}{2} B_{ml} = B_{mc} \quad (3.28)$$

Como, $B_{ma} = B_p$ então $B_{mc} = \frac{1}{2} B_p$, a distribuição nos três setores do MILTFT (Figura 3.8) será descrito por:

$$B_p(x, z, t) = \begin{cases} B_p \left(e^{\frac{z+a}{g}} - \frac{1}{2} e^{-\frac{z+c}{g}} \right) e^{j(s\omega t - kx)}, & -c < z < -a \\ B_p e^{j(s\omega t - kx)}, & -a < z < a \\ B_p \left(e^{-\frac{z-a}{g}} - \frac{1}{2} e^{\frac{z-c}{g}} \right) e^{j(s\omega t - kx)}, & a < z < c \end{cases} \quad (3.29)$$

A equação 3.29 indica que para os setores fora da zona ativa, a distribuição de fluxo corresponde ao espreadimento produzido independentemente pela perna central e pela perna lateral. Nestas condições a equação 3.25 deve ser redefinida para cada seção do entreferro [25].

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 T_{y1}}{\partial z^2} - \alpha^2 T_{y1} = j s \omega \sigma' B_p \left(e^{\frac{z+a}{g}} - \frac{1}{2} e^{-\frac{z+c}{g}} \right), & -c < z < -a \\ \frac{\partial^2 T_{y2}}{\partial z^2} - \alpha^2 T_{y2} = j s \omega \sigma' B_p, & -a < z < a \\ \frac{\partial^2 T_{y3}}{\partial z^2} - \alpha^2 T_{y3} = j s \omega \sigma' B_p \left(e^{-\frac{z-a}{g}} - \frac{1}{2} e^{\frac{z-c}{g}} \right), & a < z < c \end{cases} \quad (3.30)$$

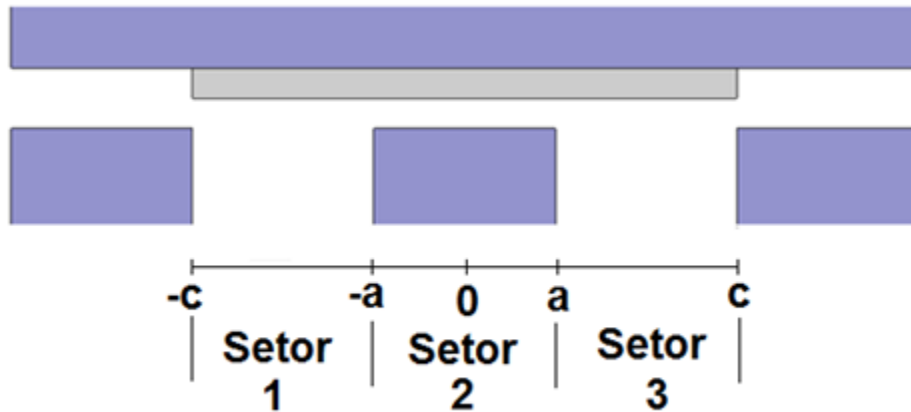


Figura 3.8: Setores no entreferro do MILTFT.

As equações de 3.30 nos setores 1 e 3 devem ter uma correção referente ao comprimento do entreferro (entreferro equivalente) mediante a adição de um fator de correção [25]. O procedimento para determinar este fator é apresentado no anexo B. O entreferro corrigido para os setores 1 e 3 será:

$$g_c = k_{ue} g \quad (3.31)$$

Em consequência a equação 3.24 para os setores 1 e 3 é corrigida como:

$$\alpha'^2 = k^2 + \frac{j\omega\mu_0\sigma'}{k_{ue}} \quad (3.32)$$

Nestas condições as equações listadas em 3.30 são também modificadas:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 T_{y1}}{\partial z^2} - \alpha'^2 T_{y1} = j\omega\sigma' B_p \left(e^{\frac{z+a}{g}} - \frac{1}{2} e^{-\frac{z+c}{g}} \right), & -c < z < -a \\ \frac{\partial^2 T_{y2}}{\partial z^2} - \alpha'^2 T_{y2} = j\omega\sigma' B_p, & -a < z < a \\ \frac{\partial^2 T_{y3}}{\partial z^2} - \alpha'^2 T_{y3} = j\omega\sigma' B_p \left(e^{-\frac{z-a}{g}} - \frac{1}{2} e^{\frac{z-c}{g}} \right), & a < z < c \end{cases} \quad (3.33)$$

E suas soluções são da forma:

$$\begin{cases} T_{y1} = E \cosh(\alpha'z) + F \sinh(\alpha'z) + j \frac{\omega\sigma'}{g^{-2} - \alpha'^2} B_p \left(e^{\frac{z+a}{g}} - \frac{1}{2} e^{-\frac{z+c}{g}} \right), & -c < z < -a \\ T_{y2} = A \cosh(\alpha z) + B \sinh(\alpha z) - j \frac{\omega\sigma'}{\alpha^2} B_p, & -a < z < a \\ T_{y3} = C \cosh(\alpha'z) + D \sinh(\alpha'z) + j \frac{\omega\sigma'}{g^{-2} - \alpha'^2} B_p \left(e^{-\frac{z-a}{g}} - \frac{1}{2} e^{\frac{z-c}{g}} \right), & a < z < c \end{cases} \quad (3.34)$$

A, B, C, D, E e F são constantes que serão determinadas pelas condições de fronteira que são obtidas a partir do princípio de continuidade da corrente elétrica (Anexo A):

$$T_{y1}|_{z=-c} = 0 \quad T_{y3}|_{z=c} = 0 \quad (3.35)$$

$$T_{y1}|_{z=-a} = T_{y2}|_{z=-a} \quad T_{y2}|_{z=a} = T_{y3}|_{z=a}$$

$$\frac{\partial T_{y1}}{\partial z} \Big|_{z=-a} = \frac{\partial T_{y2}}{\partial z} \Big|_{z=-a} \quad \frac{\partial T_{y2}}{\partial z} \Big|_{z=a} = \frac{\partial T_{y3}}{\partial z} \Big|_{z=a}$$

E finalmente a densidade de fluxo magnético no entreferro será:

$$B_g(x, z, t) = \begin{cases} [\mu_0 T_{y2} + B_p] e^{j(s\omega t - kx)} & , \quad -a < z < a \\ \left[\mu_0 T_{y3} + B_p \left(e^{-\frac{z-a}{g}} - \frac{1}{2} e^{-\frac{z-c}{g}} \right) \right] e^{j(s\omega t - kx)} & , \quad a < z < c \\ \left[\mu_0 T_{y1} + B_p \left(e^{\frac{z+a}{g}} - \frac{1}{2} e^{-\frac{z+c}{g}} \right) \right] e^{j(s\omega t - kx)} & , \quad -c < z < -a \end{cases} \quad (3.36)$$

Na figura 3.9 são apresentados alguns valores da densidade de fluxo magnético no entreferro para diferentes valores de escorregamento. Como se pode observar, o valor da densidade de fluxo magnético decresce até valores inferiores a 0,3 vezes o valor máximo da densidade de fluxo magnético estático quando o escorregamento do secundário atinge o valor unitário. Quando a velocidade do linor aproxima-se do valor da velocidade síncrona, o valor máximo da densidade de fluxo magnético aumenta e começa a configurar-se como o campo estático, é dizer, como se não existisse indução no secundário. Por outro lado, as componentes de densidade de corrente elétrica no secundário são obtidas por meio da equação 3.14 e dadas por:

$$\begin{cases} J_{sx1} = -\alpha \frac{\partial T_{y1}}{\partial z} , & -c < z < -a \\ J_{sz1} = -jkT_{y1} , & -c < z < -a \\ J_{sx2} = -\alpha \frac{\partial T_{y2}}{\partial z} , & -a < z < a \\ J_{sz2} = -jkT_{y2} , & -a < z < a \\ J_{sx3} = -\alpha \frac{\partial T_{y3}}{\partial z} , & a < z < c \\ J_{sz3} = -jkT_{y3} , & a < z < c \end{cases} \quad (3.37)$$

As expressões destas correntes elétricas são apresentadas no Anexo A

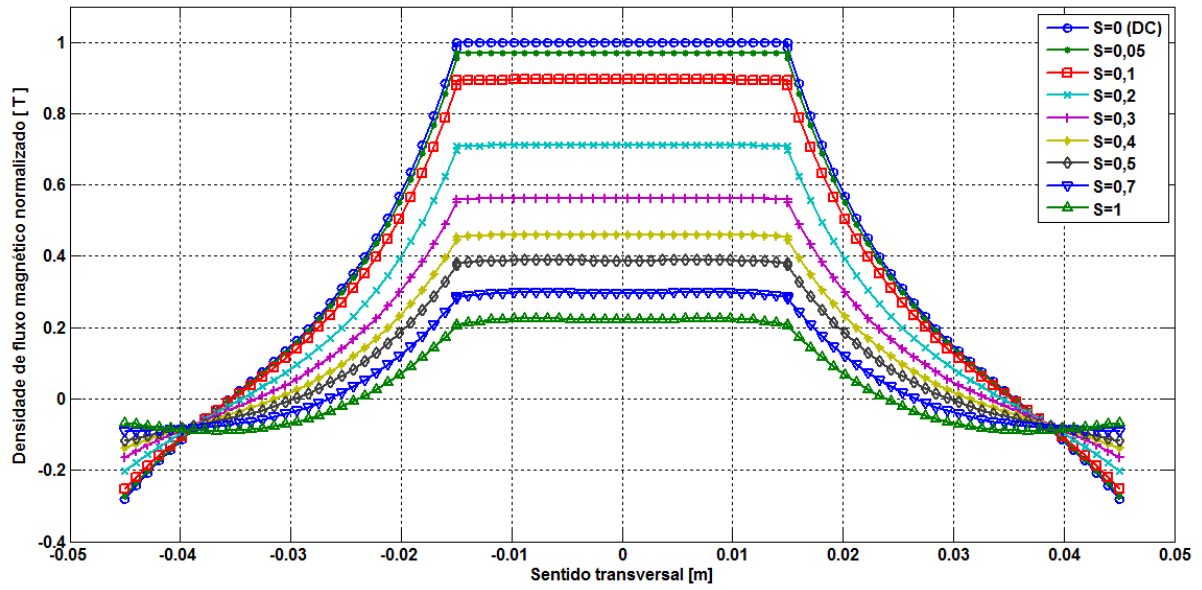


Figura 3.9: Distribuição da componente y da densidade de fluxo magnético normalizado ao longo da direção transversal em função do escorregamento, entreferro de 10 mm.

3.4 INFLUÊNCIA DO FLUXO ESPRAIADO NA DIREÇÃO TRANSVERSAL NO CÁLCULO DA FORÇA DO MOTOR LINEAR.

Na configuração do MILTFT existem três setores. O setor 2, denominado zona ativa, experimenta uma força cuja natureza depende da densidade de fluxo magnético no entreferro e da densidade de corrente elétrica no primário J_p . Nas zonas 1 e 3, fora da zona ativa, não existe uma corrente elétrica no primário. Neste caso são introduzidas densidades de corrente elétrica fora da zona ativa, cujos valores diminuem exponencialmente até valores próximos do obtido pelas expressões de densidade de fluxo magnético da equação 3.29. As densidades de corrente elétrica nos três setores do primário são:

$$\begin{cases} J_{p1} = J_p \left(e^{\frac{z+a}{g}} - \frac{1}{2} e^{\frac{z+c}{g}} \right) e^{j(s\omega t - kx)}, & -c < z < -a \\ J_{p2} = J_p e^{j(s\omega t - kx)}, & -a < z < a \\ J_{p3} = J_p \left(e^{-\frac{z-a}{g}} - \frac{1}{2} e^{\frac{z-c}{g}} \right) e^{j(s\omega t - kx)}, & a < z < c \end{cases} \quad (3.38)$$

Para o cálculo da força no secundário a partir das expressões de corrente elétrica, de densidade de fluxo magnético e de densidade de corrente elétrica pode ser utilizada a equação da força de Lorentz:

$$\vec{f} = \vec{J} \times \vec{B} \quad (3.39)$$

Para o MILTFT a força linear na direção de movimento é de [1]:

$$f_x = -J_p \times B \quad (3.40)$$

Onde J_p é a densidade linear de corrente elétrica produzida pelo primário e B é a densidade de fluxo magnético no entreferro. A força f_x representa o valor instantâneo de força no tempo, e tem uma componente de dupla frequência. Tomando o valor médio no tempo desta expressão têm-se:

$$f_x = -\frac{1}{2} \text{Re}(J_p^* B) \quad (3.41)$$

Onde J_p^* é o conjugado da densidade de corrente elétrica no primário. A força total no secundário pode ser dividida em duas componentes de força, a primeira componente produzida, na zona ativa do motor, e uma segunda componente de força, produzida pelas zonas fora da zona ativa:

$$F_{x2} = \int_0^L \int_{-a}^a f_{x2} dz dx = -\frac{L}{2} \int_{-a}^a \text{Re}(J_{p2}^* B_2) dz \quad (3.42)$$

$$\begin{aligned} F_{x13} &= \int_0^L \int_a^c f_{x3} dz dx + \int_0^L \int_{-c}^{-a} f_{x1} dz dx \\ &= -\frac{L}{2} \left[\int_a^c \text{Re}(J_{p3}^* B_3) dz + \int_{-c}^{-a} \text{Re}(J_{p1}^* B_1) dz \right] \end{aligned} \quad (3.43)$$

L é o comprimento do primário do MILTFT. A força total desenvolvida pelo MILTFT será a somatória das forças F_{x2} e F_{x13} que serão denominadas força central e força lateral, respectivamente.

Na figura 3.10 pode-se observar as componentes de força desenvolvidas por um MILTFT hipotético. A contribuição da força lateral diminui à medida que se reduz o escorregamento. Isto acontece por que as componentes de corrente elétrica no secundário na direção z das abas laterais diminui à medida que se reduz o escorregamento. A contribuição de cada componente de força é apresentado na figura 3.8 para o MILTFT hipotético.

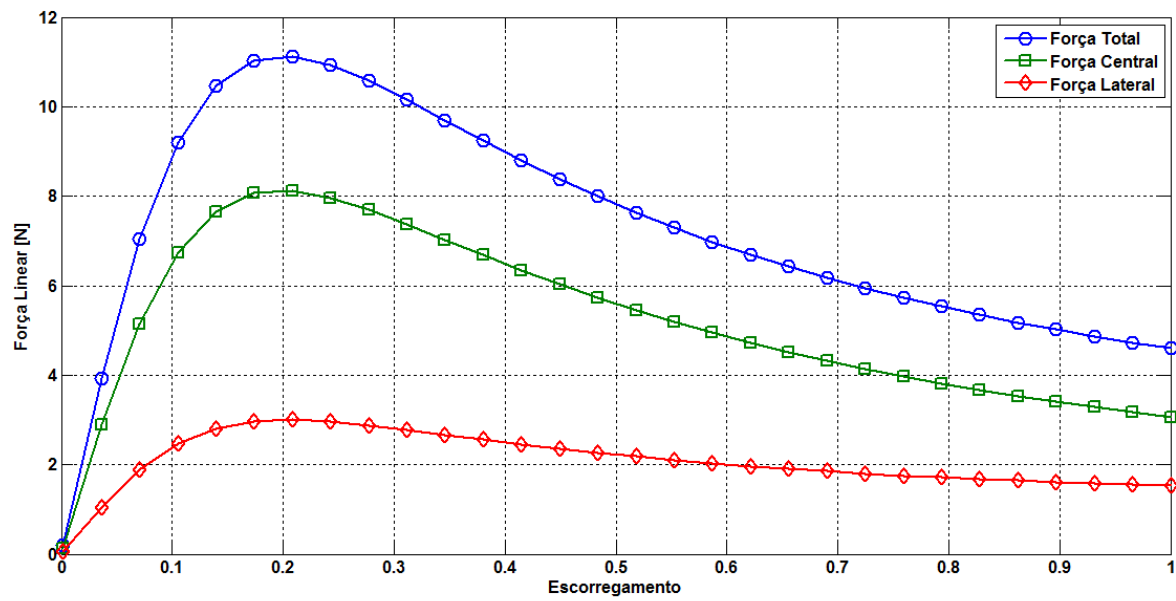


Figura 3.10: Comparação das componentes da força linear no motor.

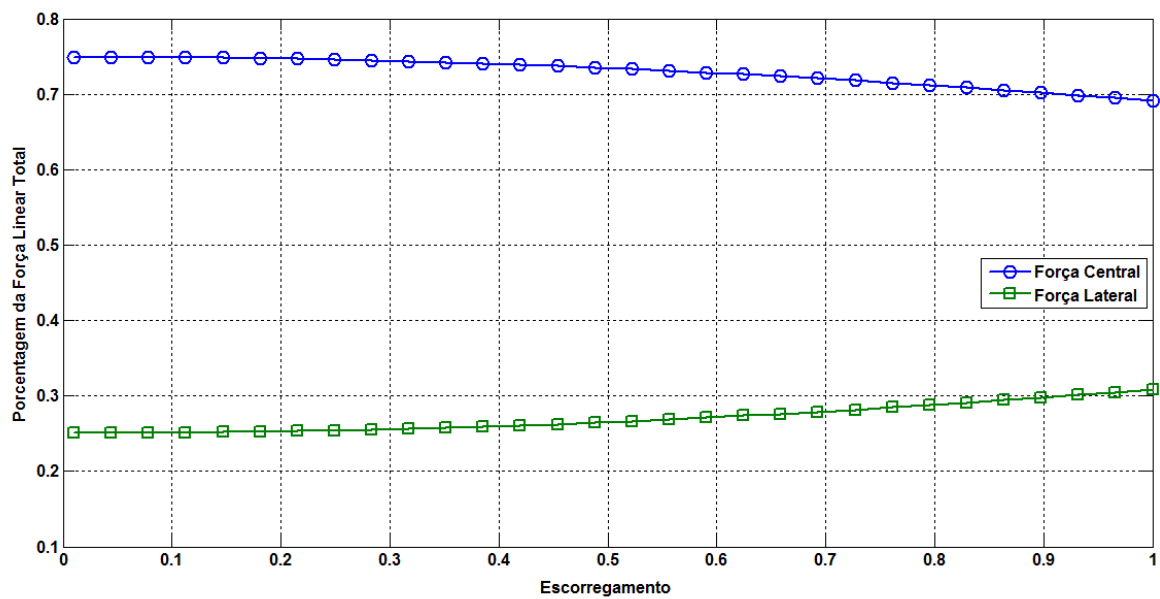


Figura 3.11: Contribuição de cada componente de força na força total do motor linear.

3.5 EFEITO LONGITUDINAL DE EXTREMIDADE.

O efeito longitudinal de extremidade (ELE) é um fenômeno eletromagnético que acontece nos MIL e motores setoriais devido ao comprimento finito do motor. Num motor de indução tradicional (rotativo) há uma geometria cilíndrica, e o estator rodeia por completo o rotor. Além disso, o rotor está em todo momento imerso no campo magnético produzido pelo estator.

Na figura 3.12 observa-se que um MIL tem o primário com comprimento L e o secundário tem um comprimento maior do que o do primário, neste caso a densidade de fluxo magnético existe só entre 0 e L . Fora desta área, a densidade de fluxo magnético produzida pelo primário é nula. A descontinuidade da densidade de fluxo magnético no secundário tem como consequência o aparecimento de duas ondas de densidade de fluxo magnético na zona do entreferro cujo efeito produz uma redução do campo magnético no interior do entreferro do MIL.

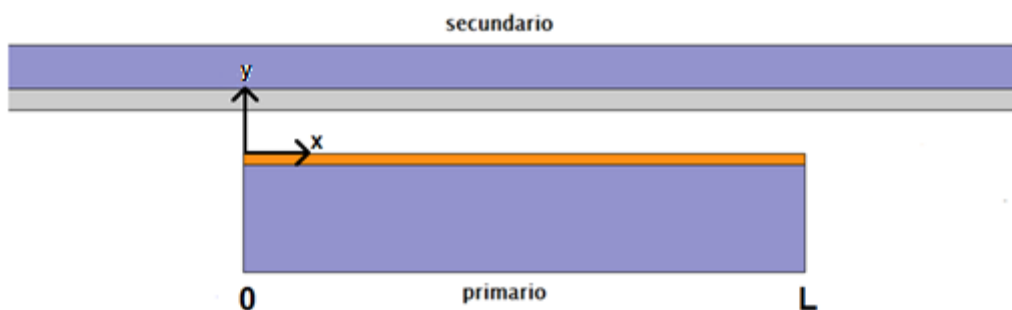


Figura 3.12: Motor de indução linear com secundário longo

Neste caso as linhas de campo magnético se distribuem ao longo do L com valores de campo maiores. Nas extremidades aparecem linhas de campo magnético que produzem um fluxo disperso. Nessa região a intensidade de campo magnético é menor do que ao longo do entreferro sobre o primário, porém ele pode contribuir bastante no valor da força de movimento do secundário.

Como foi mencionado anteriormente, a origem do ELE é devido ao comprimento finito do primário do MIL. No estudo do ELE considera-se que existem três ondas de densidade de fluxo magnético no entreferro descritas por [4]:

$$B = B_n e^{-jkx} e^{j\delta} + B_1 e^{-\frac{x}{\alpha_1}} e^{-jk_{ele1}x} e^{j\delta_1} + B_2 e^{\frac{x}{\alpha_2}} e^{jk_{ele2}x} e^{j\delta_2} \quad (3.44)$$

O primeiro termo da equação 3.44 representa a onda normal de distribuição da densidade de fluxo magnético no entreferro cujo valor máximo é B_n . O segundo termo representa uma onda viajante atenuada no sentido x positivo com valor máximo B_1 , o terceiro termo representa uma onda viajante atenuada no sentido x negativo com valor máximo B_2 . A onda B_1 é produzida pela descontinuidade no início do motor ($x=0$) e a onda B_2 é produzida pela descontinuidade no final do motor ($x=L$). Deste modo a onda B_1 é denominada onda de efeito longitudinal de extremidade de entrada (ELEE) e a onda B_2 é denominada onda de efeito longitudinal de extremidade de saída (ELES). O desenho destas ondas é apresentado na figura 3.13. Ambas ondas têm o mesmo número de onda k_e o qual é diferente do número de onda da componente normal. Os termos α_1 e α_2 são as constantes de atenuação de onda de ELEE e ELES respectivamente.

$$k_{ele} = \frac{\pi}{\tau_e} \quad (3.45)$$

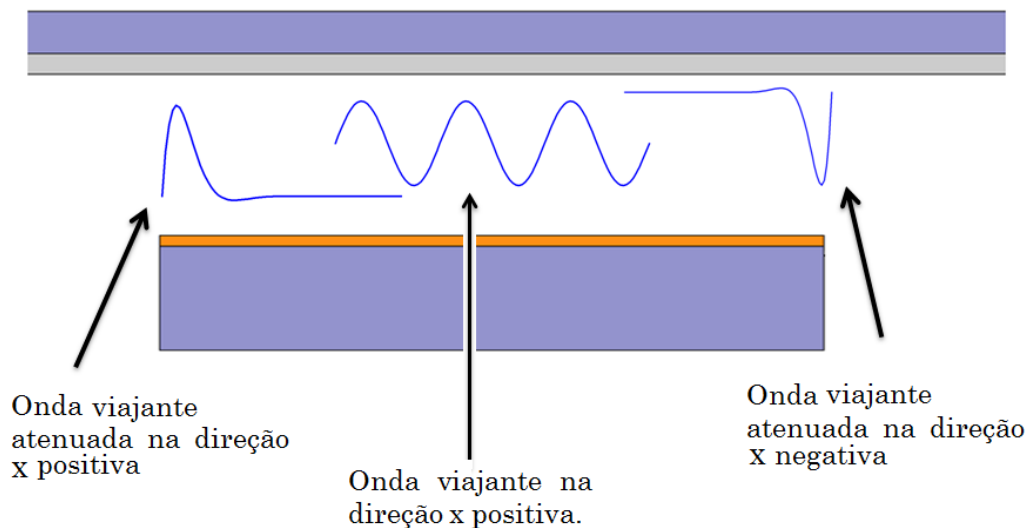


Figura 3.13: Representação das ondas de densidade de fluxo magnético presentes no entreferro.

As constantes de atenuação das ondas do ELE são diferentes em valor (a exceção quando no estado de linor bloqueado). No estado de operação o valor de α_1 é muito maior que o valor de α_2 . Além disso, o comprimento do α_2 é menor do que o comprimento L e a onda de ELES é atenuada rapidamente, e sua influência no desempenho do motor pode ser desprezada. Por outro lado, a onda de ELEE consegue atingir valores importantes inclusive no

extremo final do motor ($x=L$) devido ao fato que o comprimento de penetração de onda α_1 atinge valores pouco menores do que o comprimento do primário L . Em consequência pode-se afirmar que a onda B1 existe em todo o comprimento do MIL e a onda B2 tem existência só perto da zona final do motor ($x=L$).

Em baixa velocidade, próximo do escorregamento unitário, o ELE pode ser desprezado. Entretanto quando se trabalha com altas velocidades, o ELE produz uma degradação no desempenho do motor. Como exemplo observe-se a figura 3.14 que apresenta as curvas de características mecânicas de um MIL. A primeira curva representa o desempenho do motor sem considerar o ELE e a segunda curva representa o desempenho do mesmo motor, considerando o ELE.

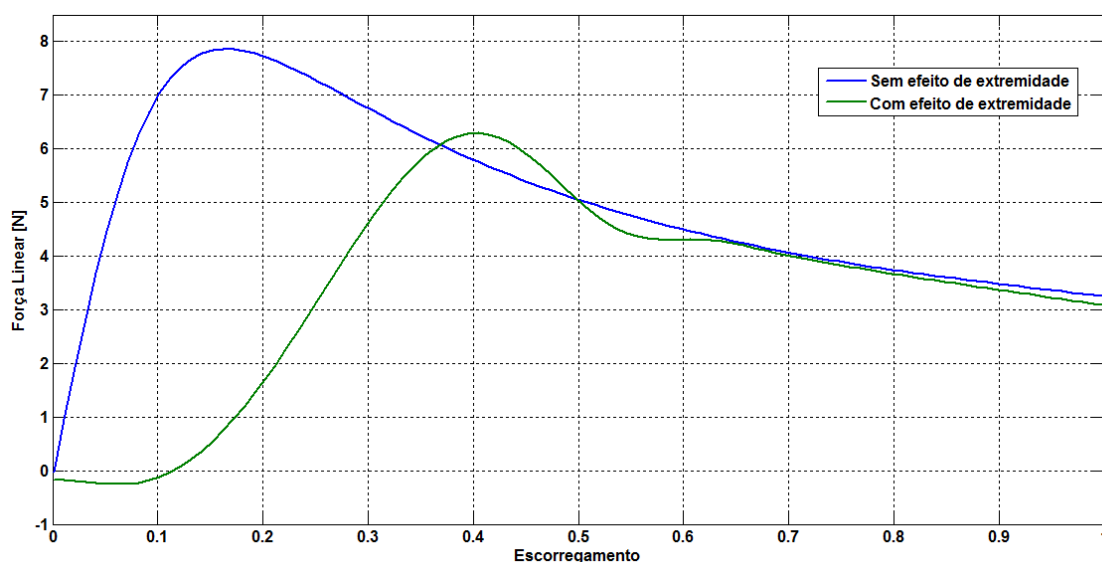


Figura 3.14: Curvas de força vs escorregamento de um MIL hipotético

Na figura 3.14 pode-se observar uma importante característica de um MIL onde se apresenta efeito longitudinal de extremidade. Na curva verde pode se observar como o MIL atinge forças nulas antes de chegar ao sincronismo e além disso apresenta uma força quando o escorregamento é zero. Nestes casos podem se classificar os motores de acordo com esta característica, sendo denominados MIL de baixa velocidade quando apresentam força no sentido de movimento, quando o linor se movimenta à velocidade síncrona. Se o motor apresenta uma força nula antes de chegar ao sincronismo, se denomina motor de alta velocidade. Motores de média velocidade aos MIL que apresentam um comportamento similar aos motores rotativos. A figura 3.15 apresenta as curvas destes tipos de motores.

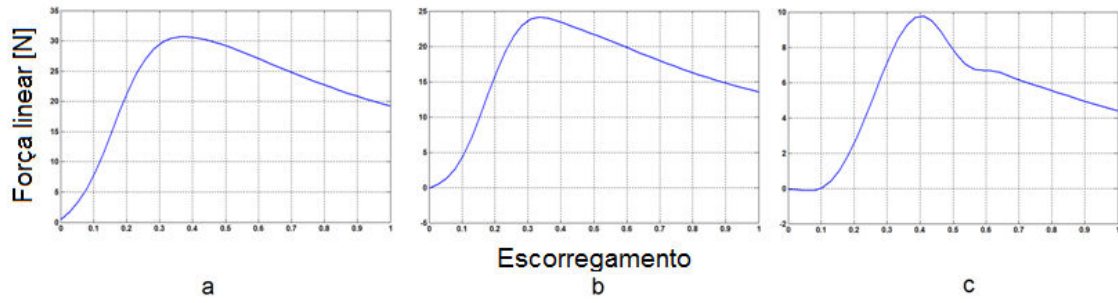


Figura 3.15: Curva de características mecânicas para distintos MIL. a) Baixa Velocidade, b) Média velocidade, c) Alta velocidade.

O ELE pode ser adicionado como um fator de correção para a força desenvolvida pelo motor. A determinação deste fator de correção é explicada no anexo C.

3.6 ENERGIA E POTÊNCIA NO SECUNDÁRIO

Para determinar o rendimento e o fator de potência do motor, é necessário determinar a potência aparente no secundário. A potência mecânica P_{mec} pode ser obtida com base na força desenvolvida mediante:

$$P_{mec} = F_x v_l \quad (3.46)$$

Onde F_x é a força total desenvolvida pelo motor e v_l é a velocidade do linor. A potência dissipada P_{dis} no secundário pode ser obtida utilizando as corrente elétrica do secundário J_{sx} e J_{sz} mediante:

$$P_{dis} = \frac{1}{2} \int_{vol} \frac{|J_{sx}|^2 + |J_{sz}|^2}{\sigma} dv = \frac{gL}{2} \int_{-c}^c \frac{g}{h} \frac{|J_{sx}|^2 + |J_{sz}|^2}{\sigma'} dz \quad (3.47)$$

A energia magnética W_{mag} armazenada no entreferro é obtida mediante:

$$W_{mag} = \frac{1}{4} \int_{vol} \frac{|B_g|^2}{\mu_0} dv = \frac{1}{4} gL \int_{-c}^c \frac{|B_g|^2}{\mu_0} dz \quad (3.48)$$

A potência reativa Q_s no secundário é obtida usando 3.48

$$Q_s = 2\omega W_{mag} \quad (3.49)$$

A potência aparente S_{sec} total no secundário é descrita a seguir:

$$S_{\text{sec}} = (P_{\text{mec}} + P_{\text{dis}}) + jQ_s \quad (3.50)$$

O fator de potência do secundário $\cos(\varphi_s)$ e o rendimento do secundário η_s são determinados mediante:

$$\cos(\varphi_s) = \frac{P_{\text{mec}} + P_{\text{dis}}}{S_{\text{sec}}} \quad (3.51)$$

$$\eta_s = \frac{P_{\text{mec}}}{P_{\text{mec}} + P_{\text{dis}}} \quad (3.52)$$

Por outro lado, a tensão do secundário V_{sec} pode ser determinada a partir da corrente elétrica do primário e a potência aparente do secundário.

$$V_{\text{sec}} = \frac{S_{\text{sec}}}{3I_p^*} \quad (3.53)$$

3.7 PROJETO INICIAL DE MOTOR DE INDUCAO LINEAR TRIFÁSICO DE FLUXO TRANSVERSAL

Para a aplicação da análise numérica, foi projetado um MILTFT, entre os critérios para o projeto deste motor, são considerados o comprimento do passo polar que deve ser reduzido e a quantidade máxima de enrolamentos que pode conter o núcleo, neste caso foi escolhido um núcleo magnético tipo E N° 30. O núcleo magnético tipo E apresenta-se na figura 3.16, as dimensões para o núcleo são listadas na tabela 3.1.

Tabela 3.1: Dimensões do MILTFT utilizado

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
Largura do núcleo (2d)	150 [mm]	Altura da parte baixa do núcleo (h_{inf})	30 [mm]	Espessura da placa condutora (h)	5 [mm]
Largura da placa (2w)	90 [mm]	Altura do núcleo (h_{core})	120 [mm]	Espessura da placa de aço ($h_{\text{b-i}}$)	30 [mm]
Largura da perna central (bp)	30 [mm]	Altura da bobina (h_c)	70 [mm]	Entreferro mecânico (g_{mec})	5 [mm]
Largura da perna lateral (bp)	30 [mm]	Largura da bobina (l_c)	20 [mm]	Entreferro magnético (g_{mag})	10 [mm]

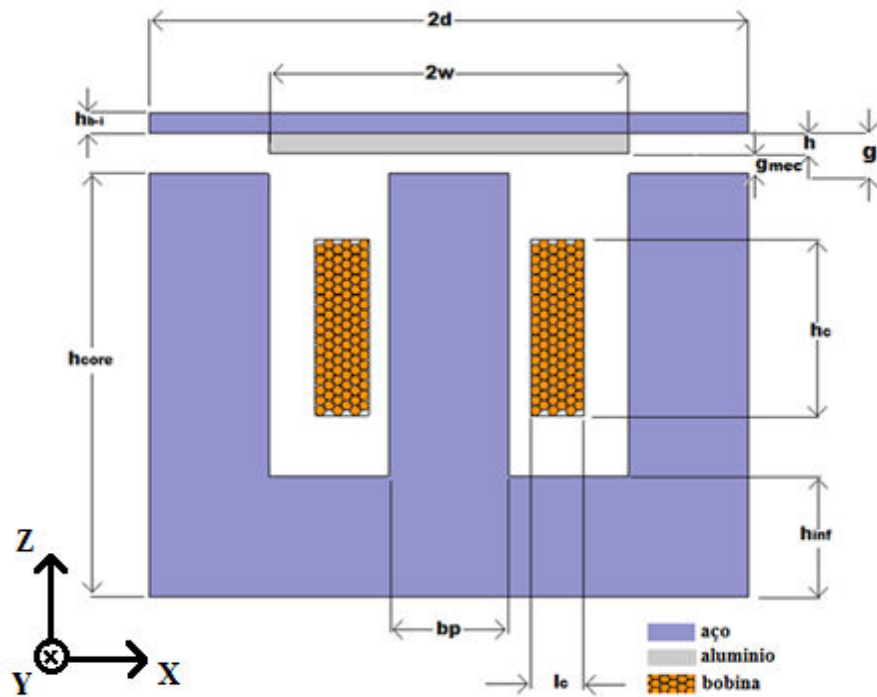


Figura 3.16: Núcleo tipo E trifásico utilizado no MILTFT

Tabela 3.2: Características do núcleo do primário

Parâmetro	Valor	
Corrente elétrica de pico no primário	(A)	60
Quantidade de espiras	(esp)	60
Passo polar	(m)	0,21
Entreferro	(mm)	10
Espessura da placa condutora	(mm)	5
Condutividade da placa condutora	(S)	38000000
Frequência da corrente elétrica do primário	(Hz)	60

Os fatores k_f e a_n têm um valor de 0,6589 e 0,4788 respectivamente e são obtidos a partir do desenvolvimento no capítulo 4. Usando as equações (3.6) e (3.12) com os valores da tabela 3.2 obtêm-se os valores de J_p e B_p :

$$J_p = \frac{3 a_n k N_e I_p k_f}{2 P} = \frac{3 \cdot 0,4788 \cdot \frac{\pi}{0,21} \cdot 60 \cdot 60 \cdot 0,6589}{2 \cdot 1} = 25485,78 \frac{A}{m}$$

$$B_p = j \frac{\mu_0}{g k} J_p = j \frac{\mu_0}{0,01 \cdot \frac{\pi}{0,21}} 25485,78 = j0,21 T$$

A condutividade equivalente usando a equação (3.13) será:

$$\sigma' = \sigma \frac{h}{g} = 3,8 \times 10^7 \frac{0,005}{0,01} = 1,9 \times 10^7 \frac{1}{\Omega m}$$

O fator de correção para o entreferro fora da zona ativa é determinado em base ao anexo C, este tem um valor de 2,1610. Aplicando na equação (3.31).

$$g_c = k_{ue}g = 2,1610 \cdot 0,01 = 0,0216 \text{ m}$$

As equações (3.24) e (3.32) são funções da frequência e do escorregamento. A tabela 3.33 apresenta os valores calculados analiticamente para α e para α' . A tabela 3.4 apresenta os valores das constantes A, C e E para cada valor de escorregamento.

Tabela 3.3: Valores de escorregamentos, frequências e constantes de atenuação.

s	sf	s ω	α	α'
$1,67 \times 10^{-2}$	1	6,28	$15,70 + j4,77$	$15,14 + j2,29$
$8,33 \times 10^{-2}$	5	31,42	$22,43 + j16,72$	$17,84 + j9,73$
$16,67 \times 10^{-2}$	10	62,83	$29,50 + j25,43$	$21,83 + j15,90$
$25,00 \times 10^{-2}$	15	94,25	$35,25 + j31,92$	$25,39 + j20,51$
$33,00 \times 10^{-2}$	20	125,66	$40,20 + j37,32$	$28,55 + j24,32$
0,50	30	188,50	$48,63 + j46,27$	$34,05 + j30,58$
0,67	40	251,33	$55,81 + j53,76$	$38,79 + j35,79$
0,83	50	314,16	$62,16 + j60,33$	$43,02 + j40,34$
1	60	376,99	$67,92 + j66,26$	$46,88 + j44,43$

Tabela 3.4: Valores das constantes da A, C e E para cada valor de escorregamento.

s	A	C, E
$1,67 \times 10^{-2}$	$-6,2871 \times 10^4 + j5,1439 \times 10^4$	$2,5614 \times 10^4 - j1,4544 \times 10^3$
$8,33 \times 10^{-2}$	$2,0910 \times 10^3 + j1,2737 \times 10^5$	$1,1456 \times 10^5 - j3,0337 \times 10^4$
0,17	$6,7415 \times 10^4 + j8,7565 \times 10^4$	$1,8096 \times 10^5 - j7,9824 \times 10^4$
0,25	$7,3944 \times 10^4 + j5,2230 \times 10^4$	$2,1744 \times 10^5 - j1,1125 \times 10^5$
0,33	$6,9003 \times 10^4 + j2,9613 \times 10^4$	$2,9329 \times 10^5 - j1,1200 \times 10^5$
0,50	$5,4673 \times 10^4 + j6,2500 \times 10^3$	$2,9329 \times 10^5 - j1,1200 \times 10^5$
0,67	$4,2961 \times 10^4 - j9,5668 \times 10^3$	$3,3858 \times 10^5 - j7,4583 \times 10^4$
0,83	$3,4186 \times 10^4 - j9,5668 \times 10^3$	$3,7727 \times 10^5 - j2,2406 \times 10^4$
1	$2,7501 \times 10^4 - j1,2459 \times 10^4$	$4,0690 \times 10^5 + j3,8810 \times 10^4$

Utilizando as reduções feitas no anexo A, os valores dos potenciais elétricos vetoriais das expressões (3.34) podem determinar-se os valores dos potenciais elétricos vetoriais T_{y1} , T_{y2} e T_{y3} . Na tabela 3.5 se apresentam os valores destes potenciais para três valores de escorregamento. T_{y2} e T_{y3} têm o mesmo valor.

A partir dos potenciais elétricos vetoriais é determinada a densidade de fluxo magnético no entreferro para cada zona. Os valores calculados das densidades de fluxo magnético são determinados a partir da expressão (3.36) e são apresentados na tabela 3.6.

Tabela 3.5: Valores dos potenciais elétricos vetoriais.

s	T_{y2}, T_{y3}
$1,67 \times 10^{-2}$	$T_{y2} = (-628710 + j51439) \cosh((15,70 + j4,77)z) + (78792 + j52816)$ $T_{y3} = (33660 - j7863) \sinh((15,14 + j2,29)(0,045 - z))$ $+ (-1564 + j262) \sinh((15,14 + j2,29)z)$ $- (2614 - j18) \left(e^{-\frac{z-0,015}{0,01}} - \frac{1}{2} e^{\frac{z-0,045}{0,01}} \right)$
0,33	$T_{y2} = (69003 + j29613) \cosh((40,20 + j37,32)z) + (12637 - j169420)$ $T_{y3} = (-7288 - j144660) \sinh((28,55 + j24,32)(0,045 - z))$ $+ (-652 + j10459) \sinh((28,55 + j24,32)z)$ $+ (-51250 - j7278) \left(e^{-\frac{z-0,015}{0,01}} - \frac{1}{2} e^{\frac{z-0,045}{0,01}} \right)$
1	$T_{y2} = (27501 - j12459) \cosh((67,92 + j66,26)z) - (4233 + j170250)$ $T_{y3} = (31107 + j93151) \sinh((46,88 + j44,43)(0,045 - z))$ $+ (228 + j15607) \sinh((46,88 + j44,43)z)$ $+ (-132570 - j56561) \left(e^{-\frac{z-0,015}{0,01}} - \frac{1}{2} e^{\frac{z-0,045}{0,01}} \right)$

Tabela 3.6: Valores da densidade de fluxo magnético no entreferro

s	B_{g2} e B_{g3}
$1,67 \times 10^{-2}$	$B_{g2} = [(-0,0790 + j0,0646) \cosh((15,70 + j4,77)z) + (0,0990 + j0,1477)] e^{j(s\omega t - kx)}$ $B_{g3} = \left[(0,0423 - j0,0099) \sinh((15,14 + j2,29)(0,045 - z)) + (-0,0020 + j0,0003) \sinh((15,14 + j2,29)z) + (-0,0033 + j0,2141) \left(e^{-\frac{z-0,015}{0,01}} - \frac{1}{2} e^{\frac{z-0,045}{0,01}} \right) \right] e^{j(s\omega t - kx)}$
0,33	$B_{g2} = [(0,0867 + j0,0372) \cosh((40,20 + j37,32)z) + (0,0159 + j0,0012)] e^{j(s\omega t - kx)}$ $B_{g3} = \left[(-0,0092 - j0,1818) \sinh((28,55 + j24,32)(0,045 - z)) + (-0,0082 + j0,0131) \sinh((28,55 + j24,32)z) + (-0,0644 + j0,2049) \left(e^{-\frac{z-0,015}{0,01}} - \frac{1}{2} e^{\frac{z-0,045}{0,01}} \right) \right] e^{j(s\omega t - kx)}$
1	$B_{g2} = [(0,0346 - j0,0157) \cosh((67,92 + j66,26)z) + (0,0053 + j0,0001)] e^{j(s\omega t - kx)}$ $B_{g3} = \left[(-0,0391 - j0,1171) \sinh((46,88 + j44,43)(0,045 - z)) + (0,0003 + j0,0196) \sinh((46,88 + j44,43)z) + (-0,1668 + j0,1430) \left(e^{-\frac{z-0,015}{0,01}} - \frac{1}{2} e^{\frac{z-0,045}{0,01}} \right) \right] e^{j(s\omega t - kx)}$

A densidade de corrente produzida pelo primário é independente do escorregamento e será determinado usando a expressão 3.38.

$$J_{p2} = J_p = 25485,78 e^{j(s\omega t - kx)}$$

$$J_{p3} = J_p \left(e^{-\frac{z-0,015}{0,01}} - \frac{1}{2} e^{\frac{z-0,045}{0,01}} \right) = 25485,78 \left(e^{-\frac{z-0,015}{0,01}} - \frac{1}{2} e^{\frac{z-0,045}{0,01}} \right) e^{j(s\omega t - kx)}$$

A expressão final para determinar a força produzida no secundário é determinada usando a expressão (3.42) e (3.43). É determinada a força produzida por um par de polos, a força para diferentes escorregamentos é apresentada na figura 3.13:

Tabela 3.7 :Força desenvolvida pelo motor para diferentes valores de escorregamento

s	F_x
$1,67 \times 10^{-2}$	$F_x = -\frac{2 \cdot 0,21}{2} \int_{-0,015}^{0,015} \text{Re}(25485,78 e^{jkx} B_{g2}) +$ $2 \left[-\frac{2 \cdot 0,21}{2} \int_{0,015}^{0,045} \text{Re} \left(25485,78 \left(e^{-\frac{z-0,015}{0,01}} - \frac{1}{2} e^{\frac{z-0,045}{0,01}} \right) e^{jkx} B_{g3} \right) \right] = 4,07 \text{ N}$
0,33	$F_x = -\frac{2 \cdot 0,21}{2} \int_{-0,015}^{0,015} \text{Re}(25485,78 e^{jkx} B_{g2}) +$ $2 \left[-\frac{2 \cdot 0,21}{2} \int_{0,015}^{0,045} \text{Re} \left(25485,78 \left(e^{-\frac{z-0,015}{0,01}} - \frac{1}{2} e^{\frac{z-0,045}{0,01}} \right) e^{jkx} B_{g3} \right) \right] = 21,35 \text{ N}$
1	$F_x = -\frac{2 \cdot 0,21}{2} \int_{-0,015}^{0,015} \text{Re}(25485,78 e^{jkx} B_{g2}) +$ $2 \left[-\frac{2 \cdot 0,21}{2} \int_{0,015}^{0,045} \text{Re} \left(25485,78 \left(e^{-\frac{z-0,015}{0,01}} - \frac{1}{2} e^{\frac{z-0,045}{0,01}} \right) e^{jkx} B_{g3} \right) \right] = 10,28 \text{ N}$

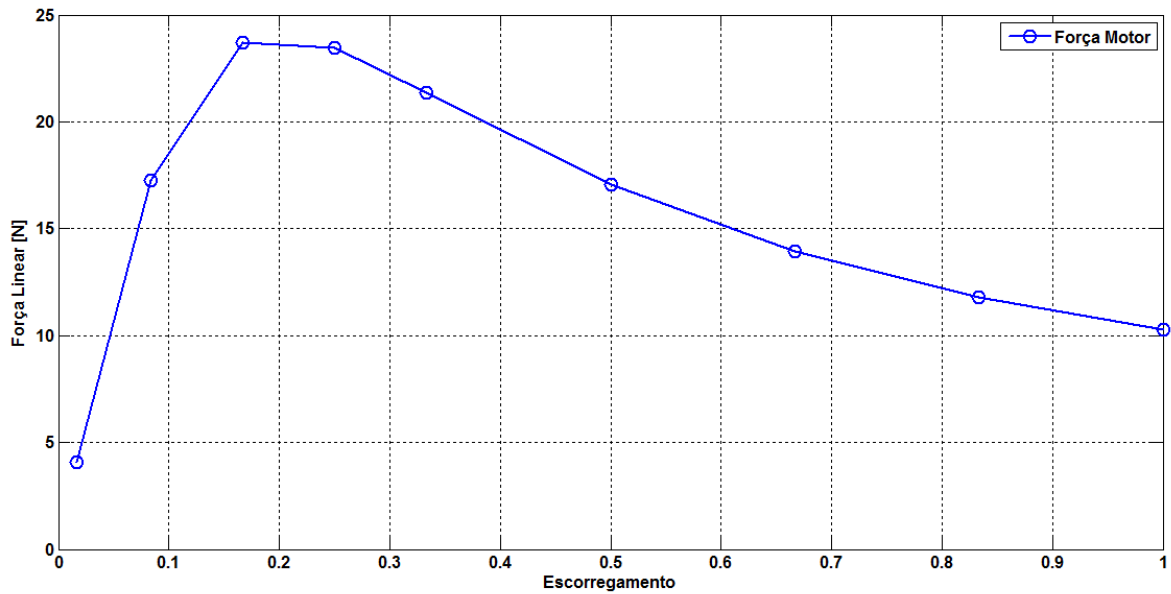


Figura 3.17: Força linear desenvolvida pelo motor.

Como pode-se observar, a forma da curva obtida deste análise é a curva típica de uma maquina de indução, a força de partida é perto de 10 N e o máximo valor de força acontece para um escorregamento de entre 0,15 e 0,25.

4. ANÁLISE HARMÔNICA DA ONDA DE FORÇA MAGNETOMOTRIZ.

Nesta seção realiza-se a análise harmônica espacial da densidade de fluxo magnético presente no entreferro do MILTFT e a determinação da densidade de fluxo magnético produzida por cada núcleo. Apresenta-se a influência da quinta e da sétima harmônicas no desenvolvimento de forças no motor, quando o motor trabalha na zona de baixa velocidade. Também se descreve a contribuição do espraçamento de fluxo magnético na direção de movimento para a força desenvolvida pelo motor. Desta análise determina-se a importância de levar em conta estes efeitos no dimensionamento do MILTFT. Em seguida explica-se o processo para a determinação da densidade de fluxo magnético médio no entreferro do MILTFT, onde aproveitar-se-á geometria simples dos núcleos magnéticos e determinar-se-á densidade de fluxo magnético e por fim a força magnetomotriz utilizando o conceito de circuito magnético.

4.1 CONFIGURAÇÃO DO MOTOR

A configuração do MILTFT a ser estudada neste trabalho foi descrita no capítulo 3. O motor pode ser classificado como um MILTFT com núcleos tipo E com bobina na perna central. Devido ao fato do primário ser constituído por um conjunto de núcleos espaçados entre si, a densidade de fluxo magnético no entreferro apresenta descontinuidades. Num MILTFL, a densidade de fluxo magnético no entreferro pode ser modelado quase como uma onda do tipo quadrada contínua como pode-se observar na figura 4.1a. Quando o entreferro do MILTFT for suficientemente menor do que o comprimento do núcleo, pode-se afirmar que o motor não apresenta espraçamento de fluxo magnético na direção longitudinal e a distribuição da densidade de fluxo magnético no entreferro é similar à apresentada na figura 4.1b.

Para a análise da força desenvolvida num MILTFL é suficiente calcular o efeito produzido pela componente harmônica fundamental da F_{mm} , porém no MILTFT faz-se necessário introduzir no cálculo de força, a contribuição das demais componentes harmônicas, especificamente a quinta e a sétima harmônicas. As componentes harmônicas de ordens superiores não apresentam contribuição significativa à força desenvolvida pelo MILTFT.

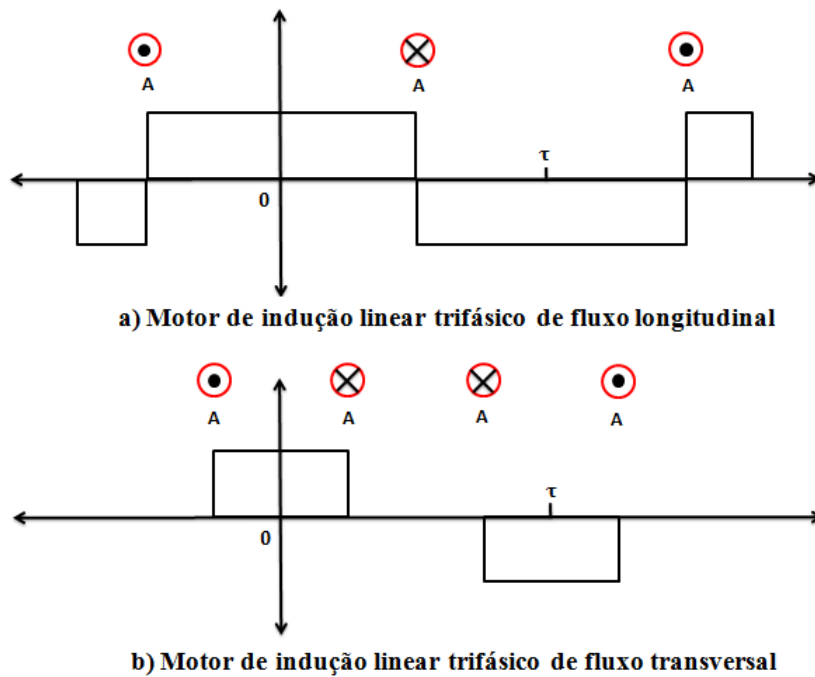


Figura 4.1: Comparação das distribuições das densidades de fluxo magnético no entreferro dos motores de indução lineares produzidos por uma fase. a) MILTFL b) MILTFT.

4.2 ANÁLISE HARMÔNICA ESPACIAL DA DENSIDADE DE FLUXO MAGNÉTICO NO ENTREFERRO.

Como foi visto na figura 4.1b, quando o entreferro é pequeno em comparação com a seção do núcleo, a onda de Fmm e, em consequência, a densidade de fluxo magnético no entreferro pode ser descrita como uma onda do tipo quadrada onde o espraçamento foi desprezado. Nestas condições é possível realizar a análise desta onda utilizando a decomposição harmônica de Fourier. Neste tipo de onda pode-se determinar que o fator harmônico (Fourier) para cada uma das componentes da onda quadrada é da forma:

$$a_n = \frac{4}{n\pi} \sin\left(nk \frac{bp}{2}\right); n = 1, 5, 7, 11, 13 \dots \quad (4.1)$$

Sendo então a onda de densidade de fluxo magnético no entreferro da forma:

$$B_{\text{gap}} = 1,5 \sum_{n=1}^{\infty} a_n B_0 \cos(s_n \omega t \mp nkx); \quad (4.2)$$

$$n \neq 2m, \quad n \neq 3m, \quad m \in \mathbb{N}$$

Onde s_n representa o escorregamento de cada onda em função da harmônica. O segundo membro do argumento do coseno ($\mp nkx$) indica o sentido de propagação da onda de densidade de fluxo magnético. Esta onda propagar-se-á no sentido positivo se a harmônica assumir valores 1, 7, 13, 19, 25... e o sinal do termo será negativo. Por outro lado, a onda se propagar-se-á no sentido negativo se a harmônica assumir valores 5, 11, 17, 23, 29... e o sinal será positivo. Na figura 4.2 pode-se observar a onda de densidade de fluxo magnético obtida a partir deste desenvolvimento harmônico.

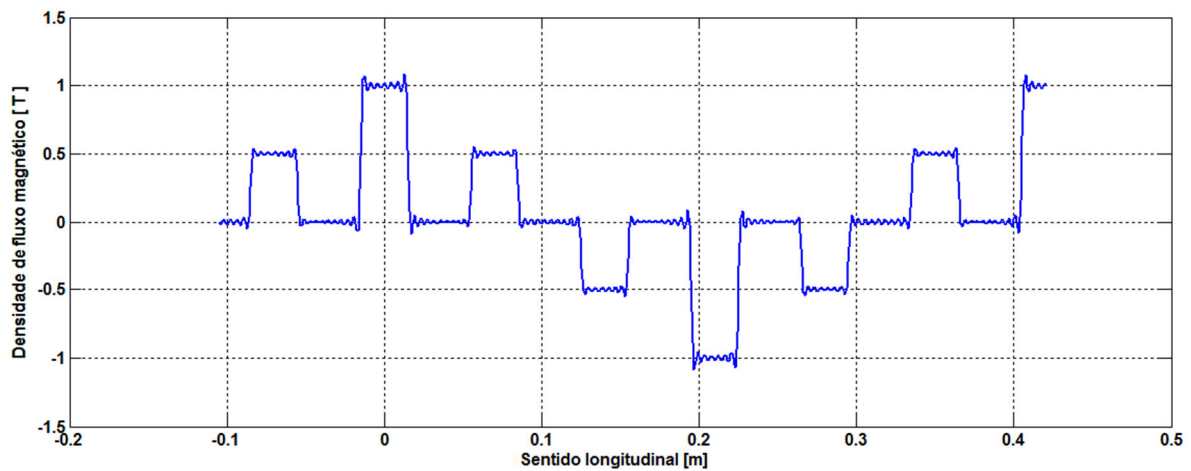


Figura 4.2: Forma de onda da densidade de fluxo magnético no entreferro usando a análise harmônica, utilizando as primeiras 101 harmônicas.

4.2.1 Espreadimento de fluxo magnético na direção longitudinal.

Como foi visto no capítulo 3, existe um espreadimento de fluxo magnético por fora da área sobre a face polar do núcleo. Este espreadimento foi considerado na solução da densidade de fluxo magnético no entreferro no capítulo 3 e também deverá ser levado em consideração para a determinação do fluxo magnético porque este também apresenta um espreadimento de fluxo magnético no sentido de movimentação. Para ilustrar observe-se a figura 4.3 que foi obtida a partir da simulação de campos magnéticos onde pode-se ver o efeito de espreadimento existente no espaço entre dois núcleos consecutivos.

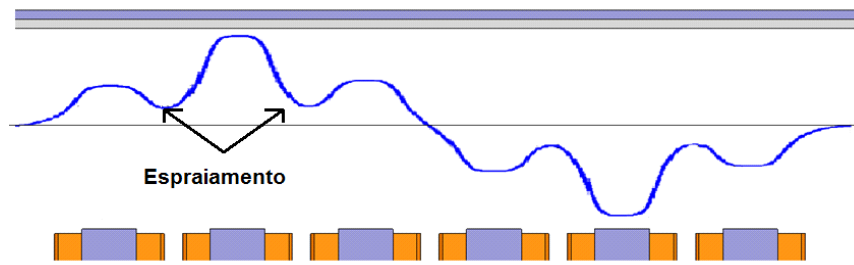


Figura 4.3: Densidade de fluo magnético no sentido longitudinal no entreferro.

Para levar em conta o efeito de espraçamento na direção de movimento do motor, é necessário determinar sua forma de onda isto é, determinar a expressão matemática que descreve o comportamento do espraçamento de fluxo magnético no sentido do deslocamento. Como foi mencionado no capítulo 2, supõe-se que o espraçamento tem um perfil de tipo exponencial [10], [25]. Desta forma pode-se descrever de forma diferente o perfil de onda quadrada da figura 4.1b. Este perfil de onda exponencial é apresentado na figura 4.4.

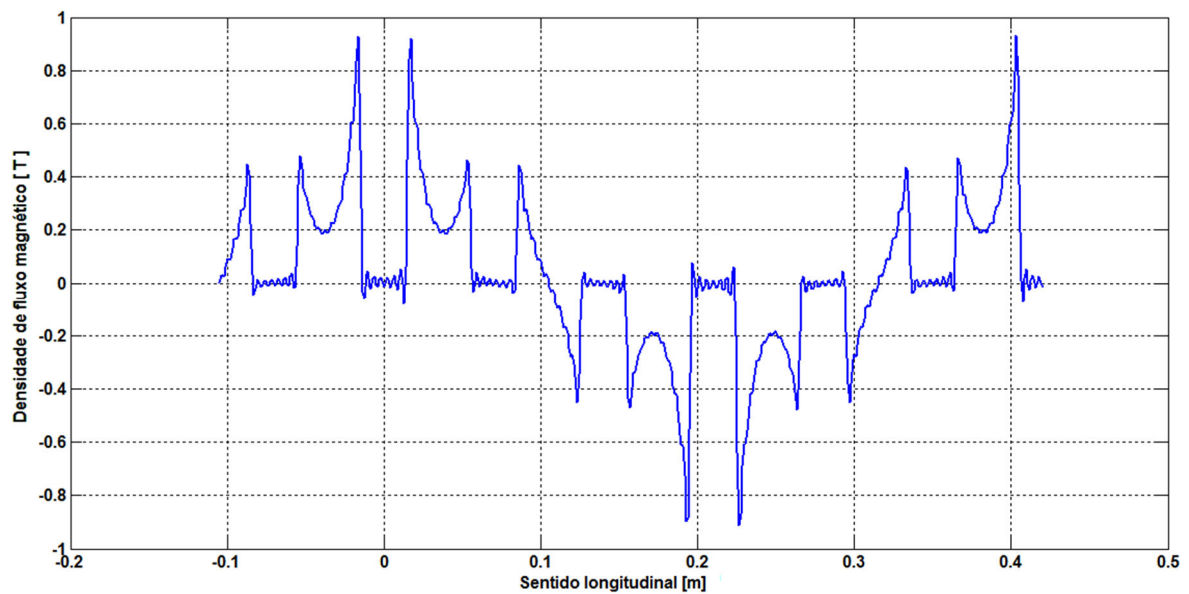


Figura 4.4: Espraçamento da densidade de fluxo magnético no entreferro no sentido longitudinal.

A distribuição da densidade de fluxo magnético no entreferro produzido por uma fase é apresentada na figura 4.5. Matematicamente a função que descreve o comportamento do espraio de fluxo magnético na direção de movimento x para uma fase é dada por:

$$B_{\text{esp}}(x) = \begin{cases} -B_0 e^{-k_e \left(x + \tau - \frac{bp}{2}\right)}, & x > -\tau + \frac{bp}{2} \\ B_0 e^{k_e \left(x + \frac{bp}{2}\right)}, & x < -\frac{bp}{2} \\ B_0 e^{-k_e \left(x - \frac{bp}{2}\right)}, & x > \frac{bp}{2} \\ -B_0 e^{k_e \left(x - \tau + \frac{bp}{2}\right)}, & x < \tau - \frac{bp}{2} \end{cases} \quad (3.3)$$

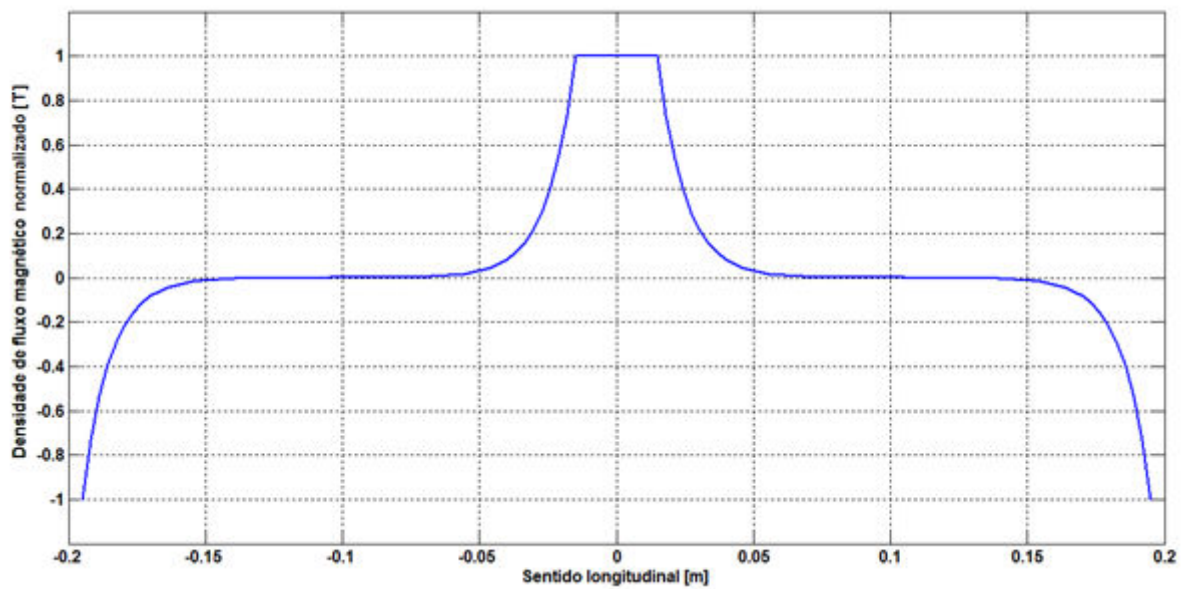


Figura 4.5: Distribuição da densidade de fluxo magnético no entreferro no sentido longitudinal produzido por uma fase.

Onde B_0 representa o valor da densidade de fluxo magnético sobre a face polar, k_e é o coeficiente de decaimento da exponencial e bp é o comprimento da face polar. A determinação do fator harmônico para esta equação, utilizando o procedimento de Fourier será:

$$\begin{aligned}
b_{\text{nexp}} &= \frac{1}{\tau} \int_{-\tau}^{\tau} B_{\text{esp}}(x) \cos\left(n \frac{\pi}{\tau} x\right) dx \\
&= \frac{B_0}{\tau} \left[\int_{-\tau+\frac{bp}{2}}^{\infty} e^{-k_e\left(x+\tau-\frac{bp}{2}\right)} \cos\left(n \frac{\pi}{\tau} x\right) dx \right. \\
&\quad + \int_{-\infty}^{-\frac{bp}{2}} e^{k_e\left(x+\frac{bp}{2}\right)} \cos\left(n \frac{\pi}{\tau} x\right) dx + \int_{\frac{bp}{2}}^{\infty} e^{-k_e\left(x-\frac{bp}{2}\right)} \cos\left(n \frac{\pi}{\tau} x\right) dx \\
&\quad \left. + \int_{-\infty}^{\tau-\frac{bp}{2}} e^{k_e\left(x-\tau+\frac{bp}{2}\right)} \cos\left(n \frac{\pi}{\tau} x\right) dx \right]
\end{aligned} \tag{4.4}$$

As integrais de 4.4 podem ser calculadas através de integração por partes. Somando todos os termos, o fator de Fourier para a onda exponencial é da forma:

$$b_{\text{nexp}} = \frac{4nk}{\tau((nk)^2 + k_e^2)} \left[\frac{k_e}{k} \cos\left(nk \frac{bp}{2}\right) - \sin\left(nk \frac{bp}{2}\right) \right]; n = 1, 5, 7, 11, 13 \dots \tag{4.5}$$

Uma vez determinado o valor de b_{nexp} este é adicionado ao fator a_n . Desta forma o fator de Fourier total para a onda de densidade de fluxo magnético no entreferro é descrito:

$$c_n = a_n + b_{\text{nexp}} \tag{4.6}$$

Na tabela 4.1 apresenta-se uma comparação entre os valores dos fatores de Fourier para a onda quadrada, para a onda exponencial e para o total. Foram utilizadas as seguintes medidas: $b_p = 30$ mm, $\tau = 210$ mm e o valor do entreferro = 10 mm.

Tabela 4.1: Comparação dos fatores de Fourier para os harmônicos.

Harmônico	Fator de Fourier para a onda quadrada a_n	Fator de Fourier para a onda exponencial b_{nexp}	Fator de Fourier total c_n
1	0,2833	0,1754	0,4587
5	0,2294	-0,0293	0,2001
7	0,1819	-0,0951	0,0868
11	0,0722	-0,0929	-0,0207
13	0,0218	-0,0561	-0,0343
17	-0,0470	0,0205	-0,0265
19	-0,0600	0,0446	-0,0154

Como se pode observar, ao levar em consideração o efeito de espraçamento de fluxo magnético no entreferro do MILTFT, a componente fundamental aumenta seu valor em 61,9% o que revela a importância de levar em consideração o espraçamento de fluxo magnético para a determinação da força magnetomotriz do MILTFT e em consequência a força desenvolvida. A figura 4.6 apresenta o onda total em conjunto com a fundamental a terceira e quinta harmônicas. A figura 4.7 apresenta uma comparação entre a onda obtida da simulação no MEF e os valores obtidos usando a análise de harmônicos.

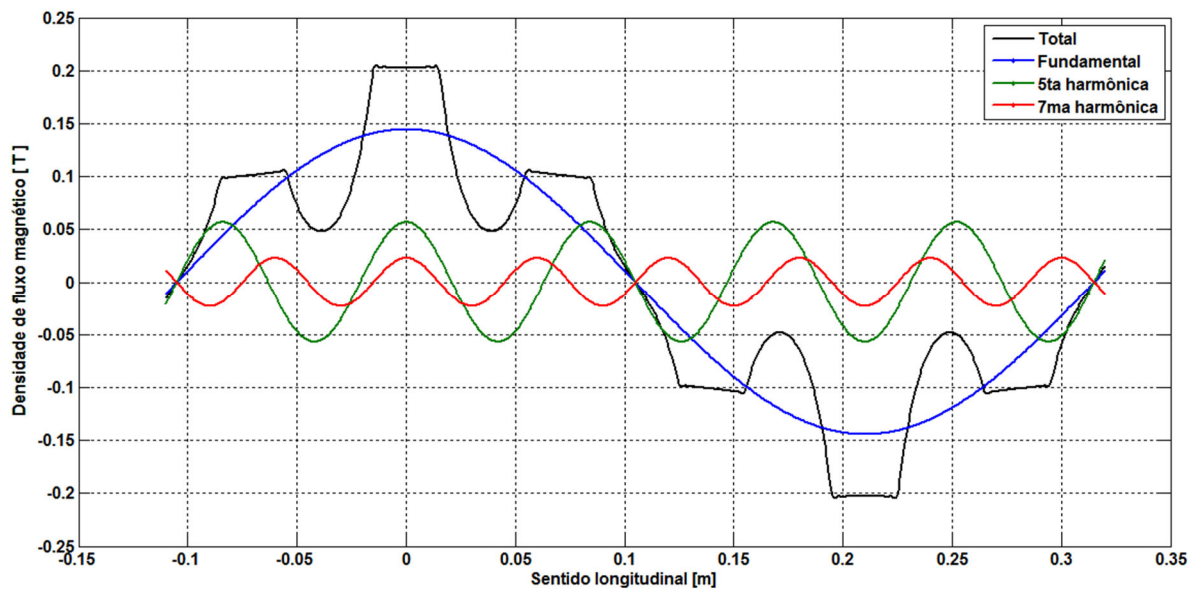


Figura 4.6: Onda da densidade de fluxo magnético no entreferro, total e harmônicas.

4.2.2 Determinação da força por análise de harmônicos.

Da mesma forma que na análise do capítulo 3, deve ser apresentada uma forma de adicionar as componentes de força das harmônicas de quinta e sétima ordens. As componentes de quinta e sétima harmônicas podem ser adicionadas como uma contribuição adicional à força desenvolvida pela máquina.

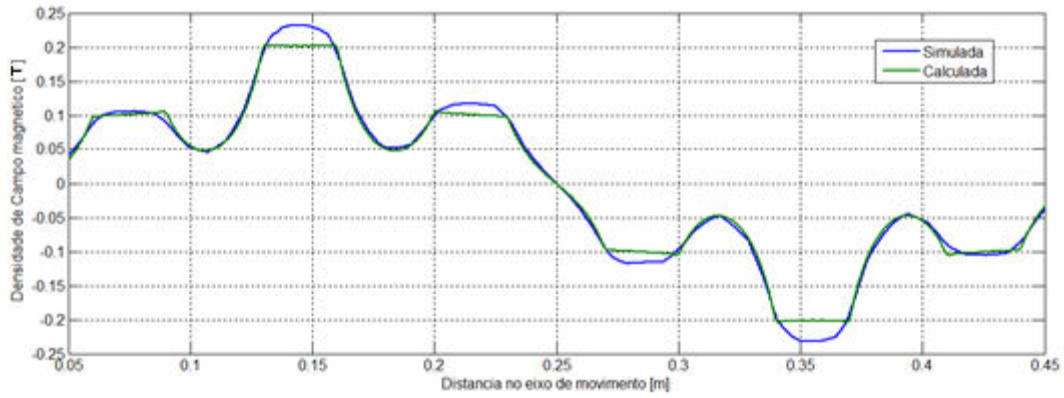


Figura 4.7: Comparação das formas de onda da densidade de fluxo magnético no sentido longitudinal no entreferro.

A equação 3.6 será reescrita como:

$$J_{pn} = \frac{3}{2} \frac{c_n k_n N_e I_p k_f}{P_n} \quad (4.7)$$

Onde k_n é o número de onda para cada harmônico e P_n é o número de polos em função do harmônico. Em geral k_n e P_n são descritos como:

$$k_n = nk = n \frac{\pi}{\tau} \quad (4.8)$$

$$P_n = nP \quad (4.9)$$

Introduzindo 4.11 e 4.12 na equação 4.10 e reescrevendo tem-se que:

$$J_{pn} = \frac{3}{2} \frac{c_n k N_e I_p k_f}{P} \quad (4.10)$$

Observa-se que o módulo da componente harmônica da densidade de corrente não depende do número de onda de cada harmônico e do número de polos para cada harmônico e, dependendo somente do fator de Fourier. Como foi mencionado anteriormente, para a determinação da força desenvolvida pelo MILTFT foi considerado somente a contribuição da quinta e da sétima harmônicas. O valor do escorregamento para estas frequências em função do escorregamento do motor podem ser obtidos a partir de:

$$s_5 = 6 - 5s_1 \quad (4.11)$$

$$s_7 = -6 + 7s_1 \quad (4.12)$$

Por outro lado, para a determinação das contribuições das componentes harmônicas de força precisa-se realizar algumas alterações no modelo apresentado no capítulo 3. A equação 3.12 converte-se em:

$$B_{pn} = j \frac{\mu_0}{gk_n} J_{pn} \quad (4.13)$$

A equação 3.24 transforma-se em:

$$\alpha_n^2 = k_n^2 + js_n \omega \mu_0 \sigma' \quad (4.14)$$

Usando estas considerações é possível determinar a contribuição de força das demais componentes harmônicas. Na figura 4.8 apresenta-se as curvas de força desenvolvidas por cada harmônico e a característica de força total desenvolvida pelo motor.

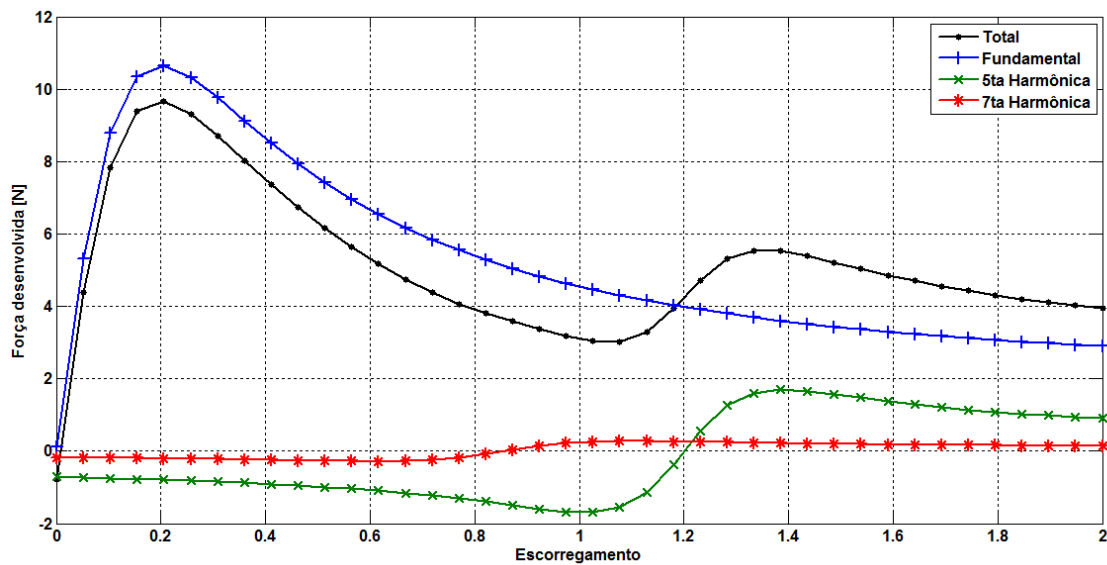


Figura 4.8: Curvas de características mecânicas para cada componente harmônica.

As contribuições da quinta e da sétima harmônicas (Figura 4.8) apresentam uma maior influência na zona de baixa velocidade do MILTFT e devem então serem levadas em conta quando se pretende trabalhar nesta faixa de velocidades. Por outro lado, a contribuição das harmônicas para as faixas de velocidade acima do valor de força máxima é praticamente nula e pode ser desprezada na análise.

4.3 FORÇA MAGNETOMOTRIZ E DENSIDADE DE FLUXO MAGNÉTICO.

Quando foi apresentada a definição de Fmm no capítulo 3 (equação 3.2) utiliza-se o termo k_f para calcular o fator de Fmm presente no entreferro o qual é análogo ao fator de enrolamento que existe nas máquinas convencionais e que também é utilizado na análise de MILTFL. Este fator tem efeito nas máquinas onde existe um primário com ranhuras. No caso

do MILTFT o primário não tem ranhuras, porém o fluxo magnético no entreferro é somente a porção do fluxo que existe acima da perna central do núcleo. Para o cálculo da F_{mm} no entreferro é necessário o cálculo do circuito magnético equivalente.

A densidade de fluxo magnético no entreferro é aproximadamente constante na perna central do núcleo e só tem componente no eixo z. A densidade de fluxo magnético na perna central deve ser calculada mediante o uso da teoria de circuitos magnéticos (fig. 4.9). Definindo k_f como:

$$k_f = \frac{F_{mm_{gap}}}{F_{mm_{total}}} \quad (4.15)$$

$F_{mm_{gap}}$ é a força magnetomotriz no entreferro da perna central e $F_{mm_{total}}$ é a força magnetomotriz produzida pela bobina que é igual ao número de espiras N multiplicado pela corrente I_p que circula pela bobina.

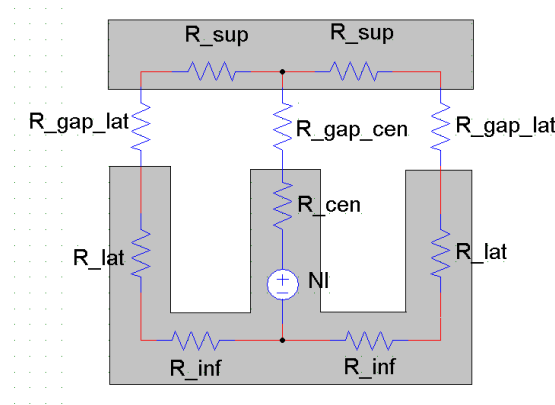


Figura 4.9: Circuito magnético simplificado para a análise

A $F_{mm_{gap}}$ pode ser calculada através de:

$$F_{mm_{gap}} = \phi_{eq} \mathfrak{R}_{gap_{cen}} \quad (4.16)$$

Onde ϕ_{eq} é o fluxo magnético através da perna central do núcleo e $\mathfrak{R}_{gap_{cen}}$ é a relutância do entreferro sobre a perna central $F_{mm_{total}}$:

$$F_{mm_{total}} = N_e I_p = \phi_{eq} \mathfrak{R}_{eq} \quad (4.17)$$

\mathfrak{R}_{eq} é a relutância equivalente do circuito magnético o qual é calculado através de:

$$\mathfrak{R}_{eq} = \mathfrak{R}_{cen} + \mathfrak{R}_{gap_cen} + \frac{1}{2}(\mathfrak{R}_{gap_lat} + \mathfrak{R}_{sup} + \mathfrak{R}_{lat} + \mathfrak{R}_{inf}) \quad (4.18)$$

Lembrando que a relutância \mathfrak{R} de um material é calculada mediante

$$\mathfrak{R} = \frac{l_m}{\mu_{re}\mu_0 A_0} \quad (3.19)$$

Com l_m igual ao percurso médio das linhas de campo magnético no material, μ_{re} a permeabilidade magnética relativa do material e A_0 é a área da secção transversal do material. Usando eq. 3.16 e a eq. 3.17 em eq. 3.15 obtém-se.

$$k_f = \frac{\phi_{eq} \mathfrak{R}_{gap_cen}}{\phi_{eq} \mathfrak{R}_{eq}} = \frac{\mathfrak{R}_{gap_cen}}{\mathfrak{R}_{eq}} \quad (4.20)$$

Para o cálculo da densidade de fluxo magnético no entreferro (B_{gap})

$$B_{gap} = \frac{\phi_{eq}}{A_{gap}} \quad (4.21)$$

Onde A_{gap} é a área do entreferro. Desta maneira é possível determinar a densidade de fluxo magnético e a Fmm no entreferro. Em geral supõe-se que a permeabilidade magnética do aço é muito maior do que a permeabilidade magnética do vácuo. Pode, dessa forma, reduzir o procedimento e soamente levar em conta a relutância produzida pelo entreferro. Neste caso a relutância total do sistema fica reduzida a:

$$\mathfrak{R}_{eq_ideal} = \mathfrak{R}_{gap_cen} + \frac{1}{2}\mathfrak{R}_{gap_lat} \quad (4.22)$$

Devido à geometria do núcleo, pode se deduzir que:

$$\mathfrak{R}_{gap_cen} = \mathfrak{R}_{gap_lat} \quad (4.23)$$

O que se reduz a:

$$\mathfrak{R}_{eq_ideal} = \frac{3}{2}\mathfrak{R}_{gap_cen} \quad (4.24)$$

É possível determinar com boa precisão a permeabilidade relativa do aço devido à simples geometria do núcleo, este procedimento é desenvolvido no anexo D, levando em conta a curva de magnetização do material ferromagnético e a curva B-H própria do núcleo ferromagnético.

5. PROJETO DO MOTOR UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O método dos elementos finitos (MEF) é um método numérico utilizado para determinar as soluções de um sistema de equações diferenciais dentro de um domínio determinado e submetidas a determinadas condições de fronteira. Dentro do âmbito da engenharia, o MEF é utilizado para resolver problemas de sistemas físicos tais como: comportamento de fluidos, difusão de temperatura, resistências mecânicas, análise de estruturas, sistemas eletromagnéticos e outros [36].

Para a resolução destes problemas, a região de interesse é dividida em sub-regiões denominadas elementos. Em cada um destes elementos, determina-se uma solução com base em uma combinação linear de um conjunto de polinômios denominada base polinomial ou funções de aproximação. Em cada um destes elementos impõem-se condições de fronteira nas bordas de cada elemento, podendo ser estas condições de fronteira de tipo essencial ou natural (Dirichlet e Neumann respectivamente). A solução total do sistema será o conjunto de equações em cada elemento. Num espaço em três dimensões o elemento utilizado para subdividir o espaço é um tetraedro devido ao fato de ser o elemento tridimensional mais simples e com menor quantidade de vértices, faces e arestas.

O MEF aplicado aos sistemas eletromagnéticos permite determinar as soluções das equações de Maxwell e, desta forma, determinar as soluções de densidades de corrente elétrica, densidades de fluxo magnético e intensidade de campo elétrico em todo o espaço. A precisão do método dependerá da quantidade de sub-regiões utilizadas no domínio. Estas sub-regiões no domínio são denominadas “malha”. Quanto mais refinada seja a malha, melhor será o resultado do sistema. Como contrapartida, o tempo estimativo para resolver um sistema depende também do número de sub-regiões em que o problema seja subdividido, porém uma malha com alto grau de refinamento consome uma maior quantidade de tempo de cálculo computacional (tempo de processamento).

Para o estudo de máquinas elétricas, o MEF permite a simulação de diferentes tipos de configurações, variando-se os parâmetros elétricos ou mecânicos do projeto. Desta forma, podem-se analisar modelos sem a necessidade de construir um dispositivo físico,

reduzindo e melhorando o processo de projeto e construção de protótipos físicos e reduzindo os gastos associados a esta etapa.

5.1 APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS - MEF

Para o desenvolvimento do presente trabalho foi utilizado um software comercial de MEF. O software escolhido foi ANSYS-Maxwell® da ANSYS. O MILTFT necessita da utilização duma análise em três dimensões. As justificativas para a escolha desta análise são: a) o fluxo magnético está num plano perpendicular ao plano de circulação das correntes o que impossibilita a realização da modelagem no método de duas dimensões. b) a geometria do motor apresenta espraçamento do fluxo, devido ao grande entreferro, em duas direções e a análise em duas dimensões só levaria em conta o espraçamento em uma direção.

Para determinar a solução do sistema em projeto, o software utiliza um procedimento denominado refinamento adaptativo de malha [37], no qual o programa cria sucessivas malhas de elementos até atingir algum critério de convergência. O critério de convergência utilizado pelo programa tem relação com a determinação da energia do sistema. Neste caso é determinada a energia produzida pelos erros do sistema, este erro associado à energia é comparado com a energia total do sistema. O erro percentual da energia é determinado mediante a expressão 5.1:

$$\text{erro percentual de energia} = \frac{\text{erro de energia}}{\text{energia total}} \times 100\% \quad (5.1)$$

O erro percentual de energia é determinado depois de cada refinamento de malha e comparado com o erro do passo anterior. Quando o critério de convergência é atingido, o refinamento de malha acaba e a última solução determinada é considerada a solução final do sistema. O esquema do procedimento é apresentado na figura 5.1.

Para a obtenção do erro de energia este é determinado pelo programa conforme a tipo de análise, uma das formas de determinar o erro de energia é a partir da Lei de Gauss do magnetismo a qual estabelece:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (5.2)$$

Sendo \vec{B} o valor da densidade de fluxo magnético em qualquer ponto do espaço.

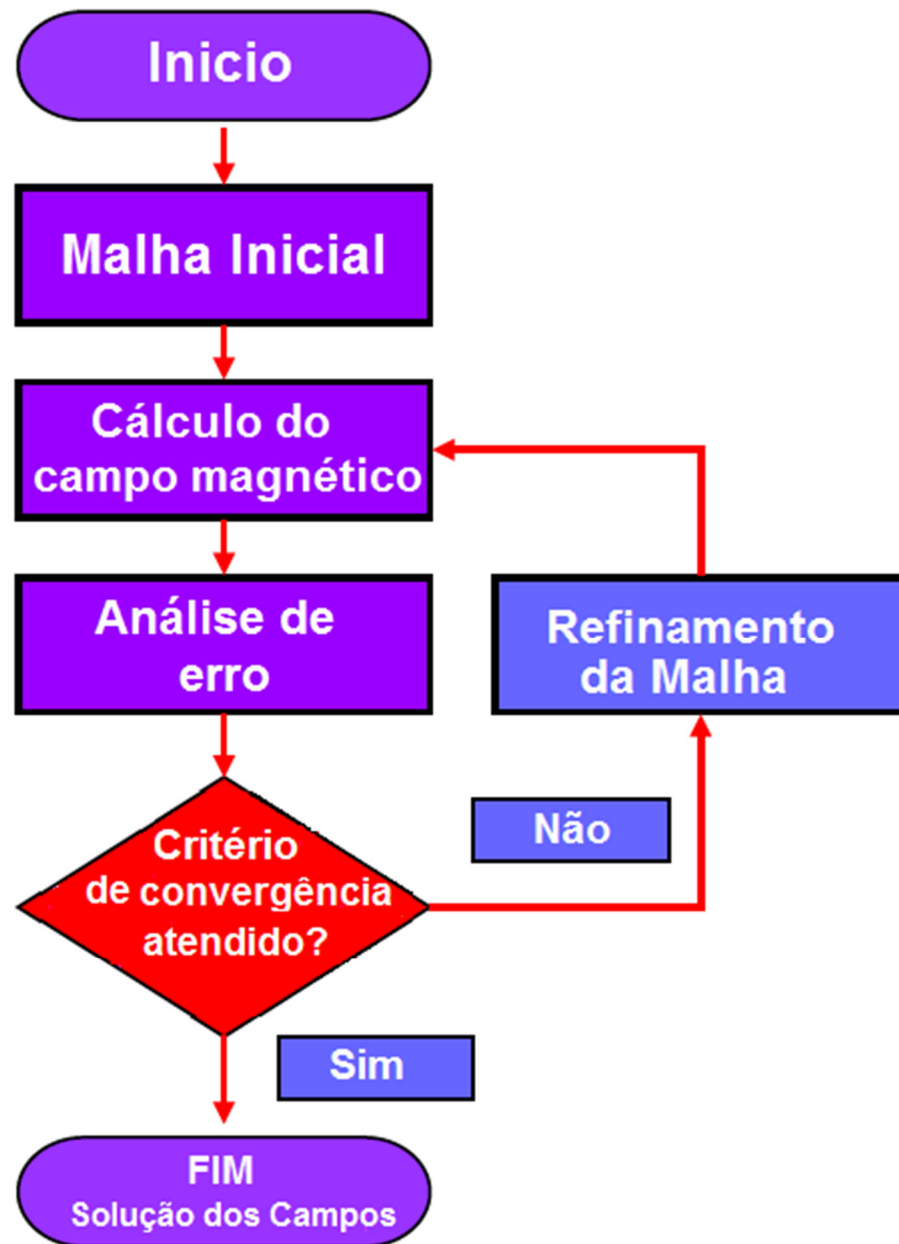


Figura 5.1: Processo de refinamento de malhas para determinação da solução dos problemas

Quando os campos são determinados depois do refinamento, o termo de erro é obtido pela relação:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B}_{\text{solução}} = \text{erro} \quad (5.3)$$

Sendo $\vec{B}_{\text{solução}}$ o valor da densidade de fluxo magnético obtida da solução pelo MEF. Desta forma é possível estimar o erro de energia. Deve-se mencionar que o erro obtido

deste procedimento é o erro global do sistema. Desta forma pode ser possível obter seções do problema onde o erro seja maior do que o calculado mediante este procedimento.

No desenvolvimento deste trabalho, três tipos de análises foram utilizadas: a) análise estática em três dimensões que trabalha somente com fontes de corrente elétrica e campo magnético que não apresentam variações no tempo, b) análise harmônica, também denominada análise de correntes elétricas parasitas (de Eddy), a qual trabalha com fontes de corrente que apresentam variações no tempo, c) análise transitória onde as fontes apresentam variações no domínio do tempo e as geometrias envolvidas podem apresentar deslocamento linear ou rotacional.

5.1.1 Análise estática em três dimensões.

O programa de análise estática em três dimensões (AE3D) permite a análise de problemas eletromagnéticos onde as grandezas não apresentam variações no domínio do tempo. Neste caso, as fontes de excitação impostas ao problema podem ser correntes constantes ou fontes magnéticas como ímãs permanentes. O programa faz o cálculo das seguintes grandezas: densidade de corrente \vec{J} , densidade de fluxo magnético \vec{B} , intensidade de campo magnético \vec{H} e magnetização \vec{M} . As equações de Maxwell a resolver pelo programa na AE3D são:

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} \quad (5.4)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (5.5)$$

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0\mu_r\vec{H} + \mu_0\vec{M}_p \quad (5.6)$$

As quantidades de interesse, obtidas a partir da AE3D, são: a) distribuição do fluxo magnético no entreferro. b) determinação da densidade de campo magnético no entreferro. c) avaliação da saturação magnética no motor linear. d) força de relutância experimentada pelo secundário (placa condutora).

5.1.2 Análise harmônica em três dimensões.

A análise harmônica em três dimensões (AH3D), permite calcular as soluções em regime permanente de problemas eletromagnéticos no domínio da frequência a partir de fontes variáveis no tempo. As fontes podem ser de correntes elétricas senoidais variáveis no tempo ou campos magnéticos variáveis no tempo a partir de condições de fronteira específicas. O programa permite determinar a intensidade de campo magnético H , o potencial magnético escalar Ω a densidade de corrente J e a densidade de fluxo magnético B . A equação a ser resolvida pela análise é:

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\sigma + j\omega\epsilon} \nabla \times \vec{H} \right) = j\omega\mu\vec{H} \quad (5.7)$$

A AH3D também utiliza um procedimento de malha adaptativa similar ao AE3D. As quantidades de interesse obtidas a partir do AH3D são: a) energia magnética no entreferro. b) potência reativa no entreferro e c) perdas joule no secundário.

É importante mencionar que o AH3D não pode ser utilizado para materiais com permeabilidade magnética não linear. Porém uma permeabilidade fixa ou uma de tipo linear deve ser usada. Para resolver este inconveniente, é utilizada uma permeabilidade fixa determinada a partir do AE3D [34].

5.1.3 Análise transitória em três dimensões.

A análise transitória em três dimensões (AT3D) permite a resolução de problemas eletromagnéticos onde as grandezas apresentam variações no domínio do tempo, podendo ser estas de origem elétrica ou mecânicas (movimentação). Neste caso as grandezas de entrada podem ser tensões, correntes variantes no domínio do tempo, objetos com velocidades angulares ou lineares e fontes de campo magnético que se deslocam no tempo (ímãs). O programa ANSYS-MAXWELL utiliza um procedimento de potenciais vetoriais auxiliares para a determinação de grandezas como a intensidade de campo magnético H , a densidade de fluxo magnético B e o potencial Φ . A partir destas expressões pode-se obter os valores para a densidade de corrente J e a intensidade de campo elétrico E . As equações resolvidas pelo programa são:

$$\nabla \times \frac{1}{\sigma} \nabla \times \vec{H} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0 \quad (5.8)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (5.9)$$

$$-\nabla \cdot \left(\epsilon \nabla \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right) - \nabla \cdot (\sigma \nabla \Phi) = 0 \quad (5.10)$$

A AT3D cria automaticamente uma malha para os cálculos, mas a malha inicial apresenta baixo refinamento para apresentar resultados corretos. Nestas condições é necessário criar uma malha de forma manual. As opções para isto são usar uma malha já refinada do processo AE3D ou utilizar operações de malha em cada objeto do sistema. As quantidades de interesse obtidas a partir do AT3D são: a) força de deslocamento no motor linear, b) distribuição da densidade de fluxo magnético no entreferro levando em conta o campo induzido no secundário, c) força de repulsão experimentada pelo secundário.

5.2 MODELAMENTO DO MOTOR DE INDUÇÃO LINEAR DE FLUXO TRANSVERSAL COM O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

A geometria do MILTFT utilizando valores reais é modelada em três dimensões. O primário do motor é construído usando seis núcleos, cada um deles com sua respectiva bobina central alimentado pelo circuito trifásico na sequência de fases A-B-C. O secundário é construído utilizando uma placa de alumínio onde são induzidas as correntes e uma estrutura de aço magnético sobre a placa de alumínio. Na figura 5.2 apresenta-se o primário do MILTFT e na figura 5.3 o secundário do MILTFT. Deve observar-se que no software, os eixos mudam, sendo o eixo “z” a direção normal, o eixo “x” a direção transversal e o eixo “y” a direção longitudinal. Os parâmetros de maior importância são registrados na tabela 5.1. A curva B-H do aço utilizado é apresentado na figura 5.4.

Um corte transversal do MILTFT é apresentado na figura 5.5 em conjunto com as dimensões apresentadas na tabela 5.2. É importante mencionar a diferença que existe entre duas definições de entreferro. Define-se entreferro mecânico g_{mec} como sendo a distância existente entre a superfície do primário e a placa condutora do secundário. Denomina-se

entreferro magnético g_{mag} ao comprimento do entreferro mecânico somado a espessura da placa condutora h . Desta forma pode-se definir:

$$g_{\text{mag}} = g_{\text{mec}} + h \quad (5.11)$$

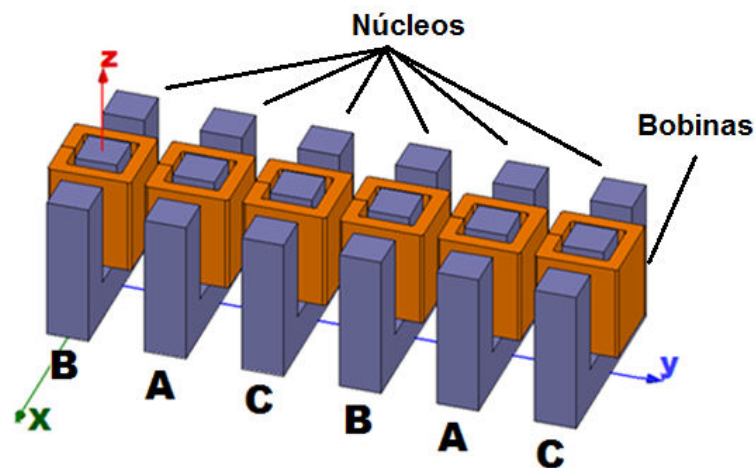


Figura 5.2: Primário do MILTFT modelado no MEF alimentado pela sequencia de fase A-B-C.

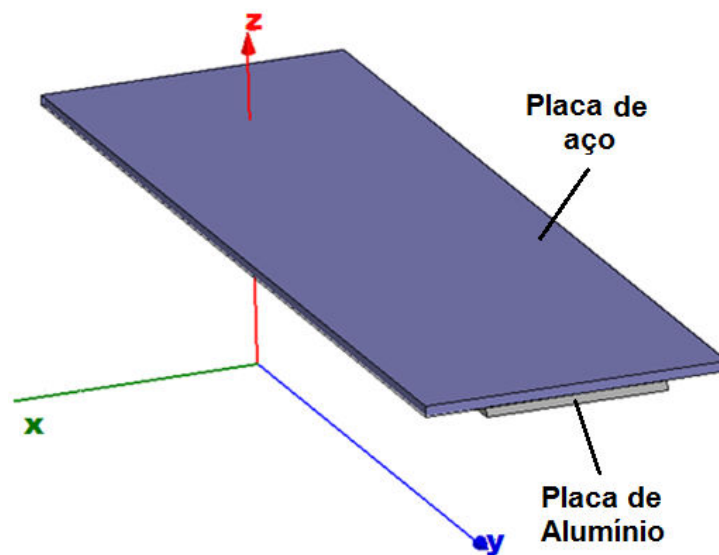


Figura 5.3: Secundário composto do MILTFT modelado no MEF.

Tabela 5.1: Parâmetros dos objetos utilizados

Elemento	Material	Condutividade S/m	Permeabilidade relativa
Núcleo	Steel-1008	2000000	Curva B-H
Bobina	Cobre	58000000	0,99
Placa	Alumínio	38000000	1,00
Aço superior	Steel-1008	2000000	Curva B-H
Região	Vácuo	0	1,00

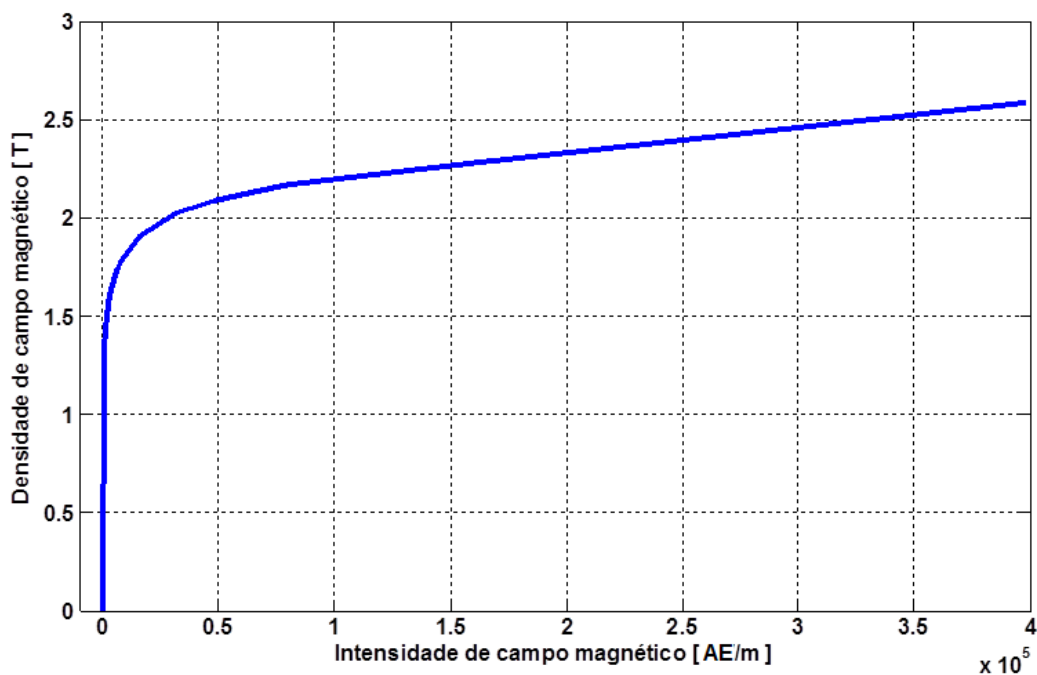


Figura 5.4: Curva de magnetização para o núcleo de aço Steel-1008.

5.2.1 Simulações usando a análise estática em três dimensões – AE3D

Neste tipo de análise, deseja-se obter uma malha o suficientemente precisa para ser usada na AT3D e obter as grandezas de origem magnetostática. Neste caso o processo é configurado para atingir um erro percentual de energia de valor de até 1%.

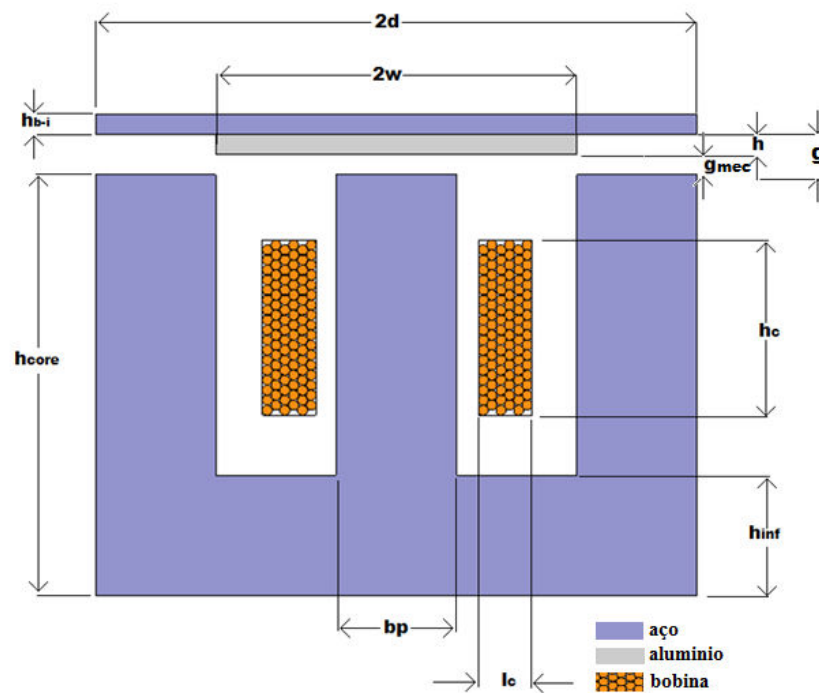


Figura 5.5: Núcleo tipo E utilizado no motor.

Tabela 5.2: Dimensões do núcleo e do secundário.

Dimensão	Valor	Dimensão	Valor	Dimensão	Valor
Largura do núcleo ($2d$)	150 [mm]	Altura inferior do núcleo (h_{inf})	30 [mm]	Espessura da placa condutora (h)	5 [mm]
Largura da placa ($2w$)	90 [mm]	Altura do núcleo (h_{core})	120 [mm]	Espessura da placa de aço (h_{b-i})	30 [mm]
Largura da perna central (bp)	30 [mm]	Altura da bobina (h_c)	70 [mm]	Entreferro mecânico (g_{mec})	5 [mm]
Largura da perna lateral (bp)	30 [mm]	Largura da bobina (l_c)	20 [mm]	Entreferro magnético (g_{mag})	10 [mm]

Em seguida são impostas as grandezas de entrada no modelo, definindo a corrente elétrica na bobina. Neste caso, é imposto um valor de corrente elétrica equivalente à força magnetomotriz total (o valor da corrente multiplicada pelo número de espiras). A bobina é considerada como um bloco sólido (sem espiras) de cobre, mas impondo a condição “*stranded*” no perfil da bobina no programa. Desta forma o programa simula o

comportamento como se fosse uma bobina feita de enrolamentos em camadas (ignorando o efeito pelicular).

O resultado do processo de solução é apresentado na figura 5.6. Para este caso, o critério de convergência foi que o erro percentual de energia e a variação total de energia do sistema fossem, ambos, inferiores a 1%. O resultado do processo iterativo de refinamento de malha apresenta-se na tabela 5.3. Para este caso foi imposta uma corrente elétrica nos enrolamentos, de valor 2400 A, o que equivale a uma corrente de valor 40 A circulando na bobina e uma quantidade de 60 espiras.

Tabela 5.3: Resultados do processo de refinamento de malha.

Passo	# Tetraedros	Energia total [J]	Erro percentual de energia [%]	Variação da energia [%]
1	57.922	3,5729	197,4500	N.A.
2	75.285	3,0548	16,5130	14,499
3	97.914	2,9933	4,3820	2,0131
4	127.267	2,9710	2,1148	0,7453
5	165.426	2,9582	1,3472	0,4318
6	215.005	2,9488	0,9002	0,3168

Na tabela 5.4 se apresentam alguns dos valores de quantidades de tetraedros para cada elemento no modelo e suas estatísticas obtidas do processo de refinamento no MEF. Nas figuras 5.6, 5.7, 5.8 e 5.9 são apresentadas de forma gráfica as malhas dos núcleos, das bobinas, da placa de Al e de aço superior respectivamente.

Tabela 5.4: Estatísticas dos elementos no MEF

Elemento	# Tetraedros	Comprimento mínimo da aresta [mm]	Comprimento máximo da aresta [mm]
Núcleo	5751	2,579	26,972
Bobina	7642	0,518	21,549
Placa	6978	3,016	117,915
Aço superior	14965	3,963	150,730
Região	113569	0,518	215,090

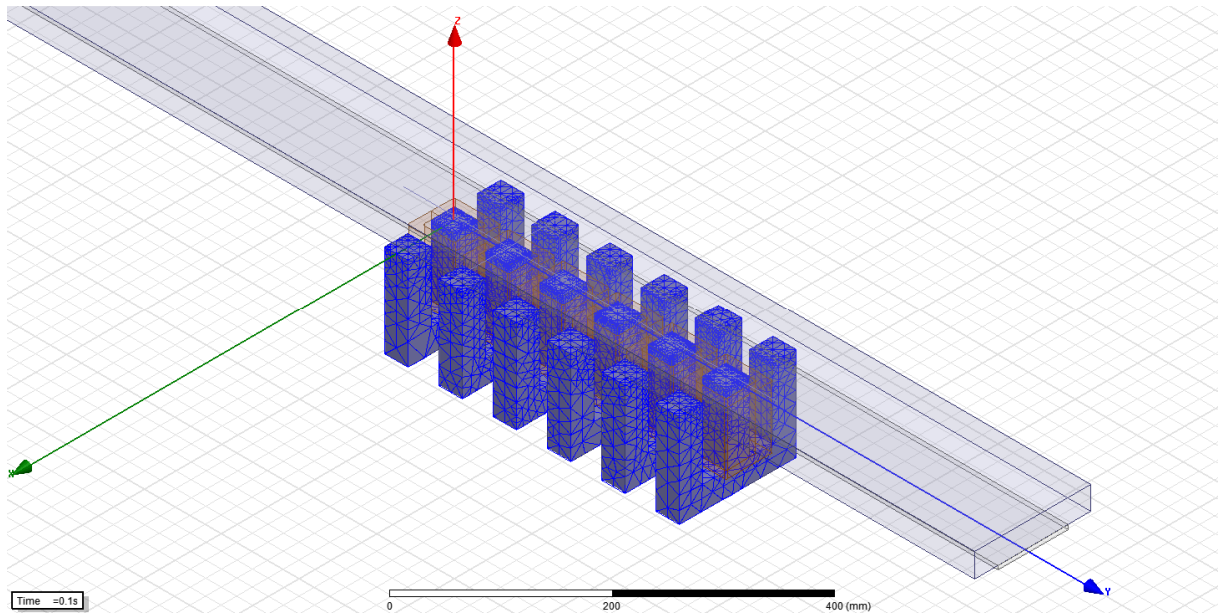


Figura 5.6: Malha gerada no MEF para os núcleos do primário.

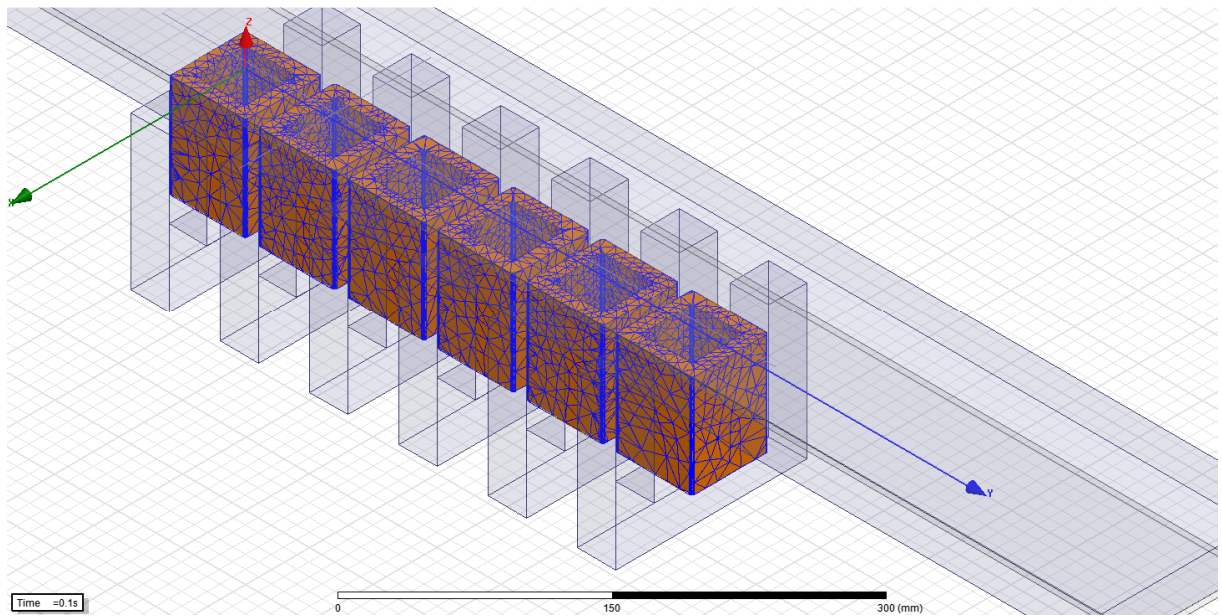


Figura 5.7: Malha gerada no MEF para as bobinas do primário.

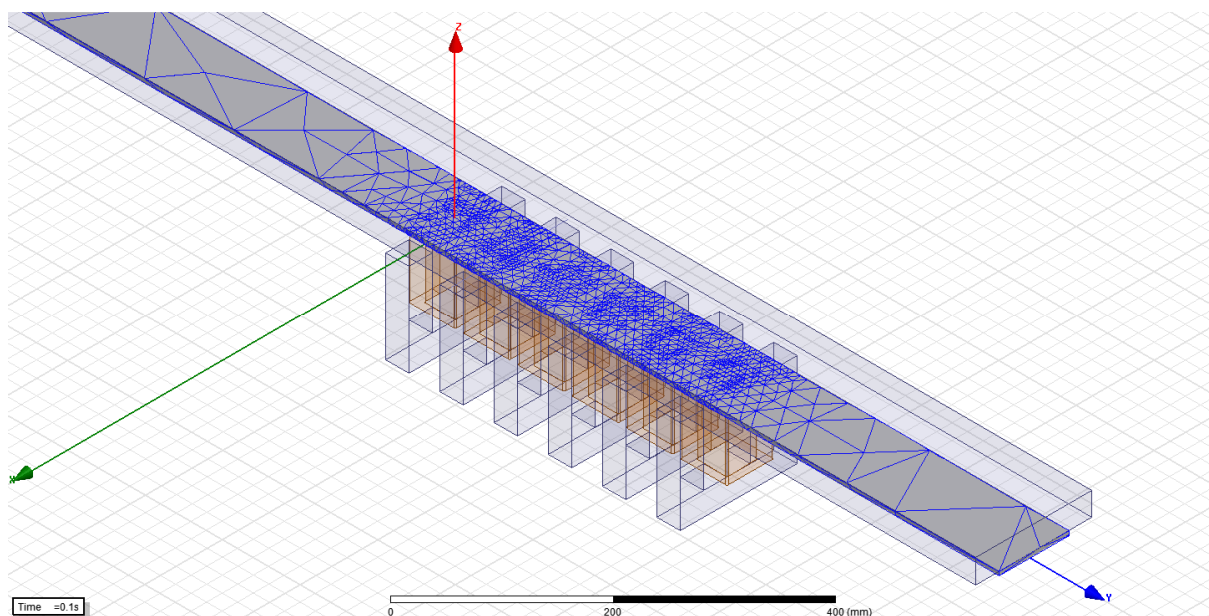


Figura 5.8: Malha gerada no MEF para a placa de alumínio do secundário.

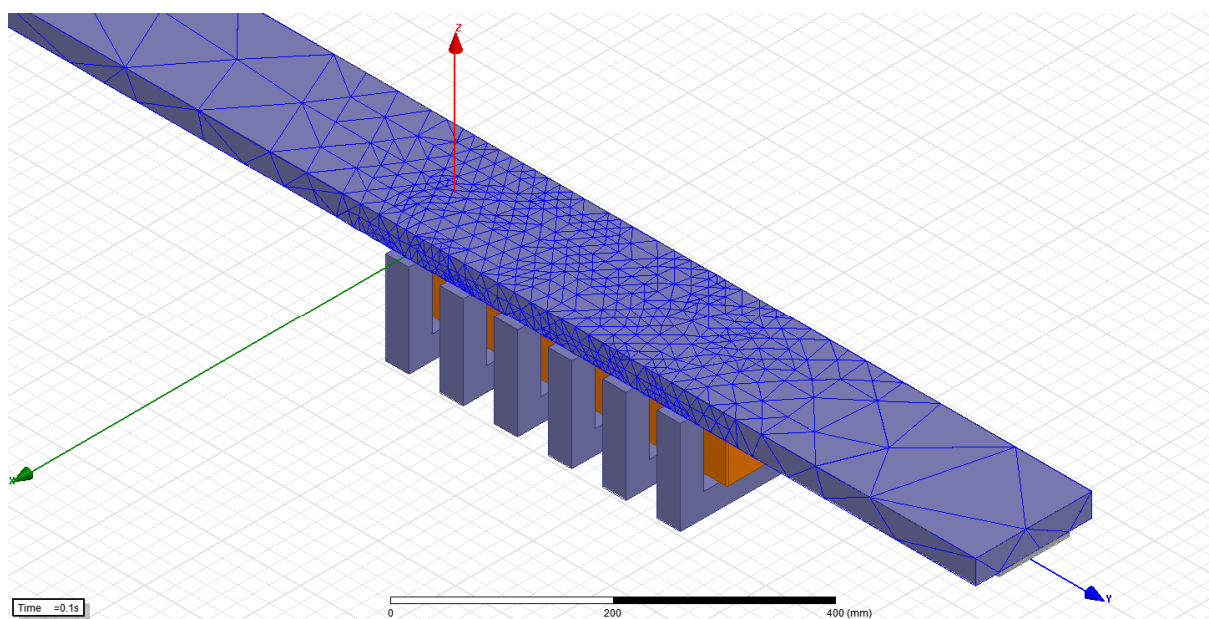


Figura 5.9: Malha gerada no MEF para a placa de aço do secundário.

Embora o objetivo da AE3D seja obter uma malha adequada para exportar à AT3D, alguns dados de interesse podem ser obtidos, primeiramente, o valor da densidade de fluxo magnético no sentido transversal e no sentido longitudinal. As figuras 5.10, 5.11, 5.12 e 5.13 apresentam o valor da componente “z” densidade de fluxo magnético. As figuras 5.10 e

5.11 apresentam o valor da densidade de fluxo magnético no entreferro no sentido transversal, quando o entreferro magnético tem valores de 10 mm e de 8 mm respectivamente. As figuras 5.12 e 5.13 apresentam o valor da densidade de fluxo magnético no sentido longitudinal quando o entreferro magnético tem um valor de 10 mm e de 8 mm respectivamente.

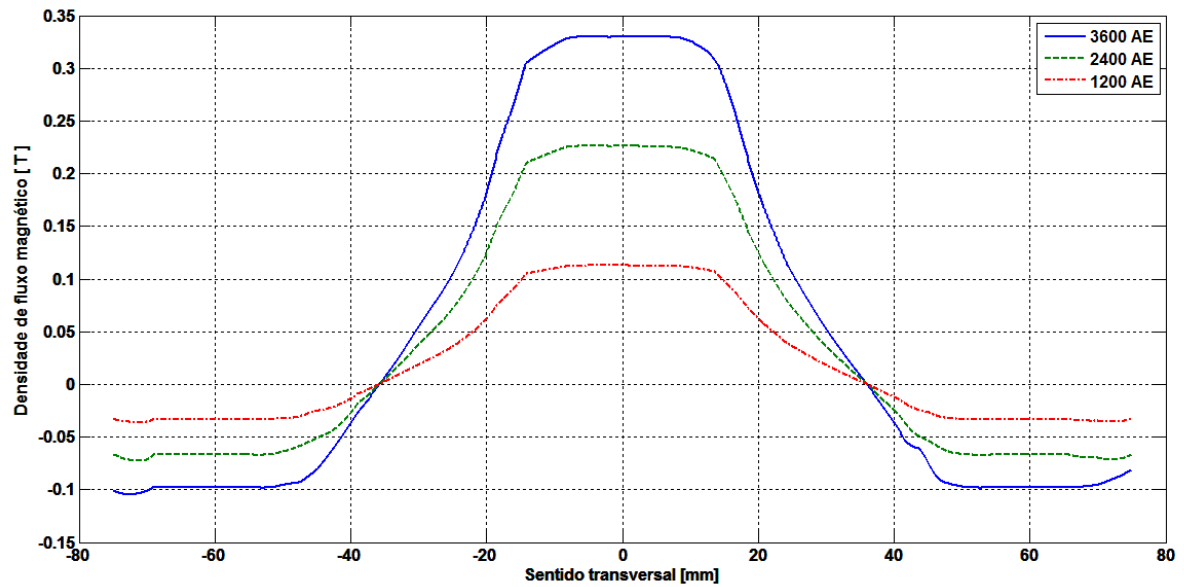


Figura 5.10: Densidade de fluxo magnético no sentido transversal para entreferro magnético de 10 mm.

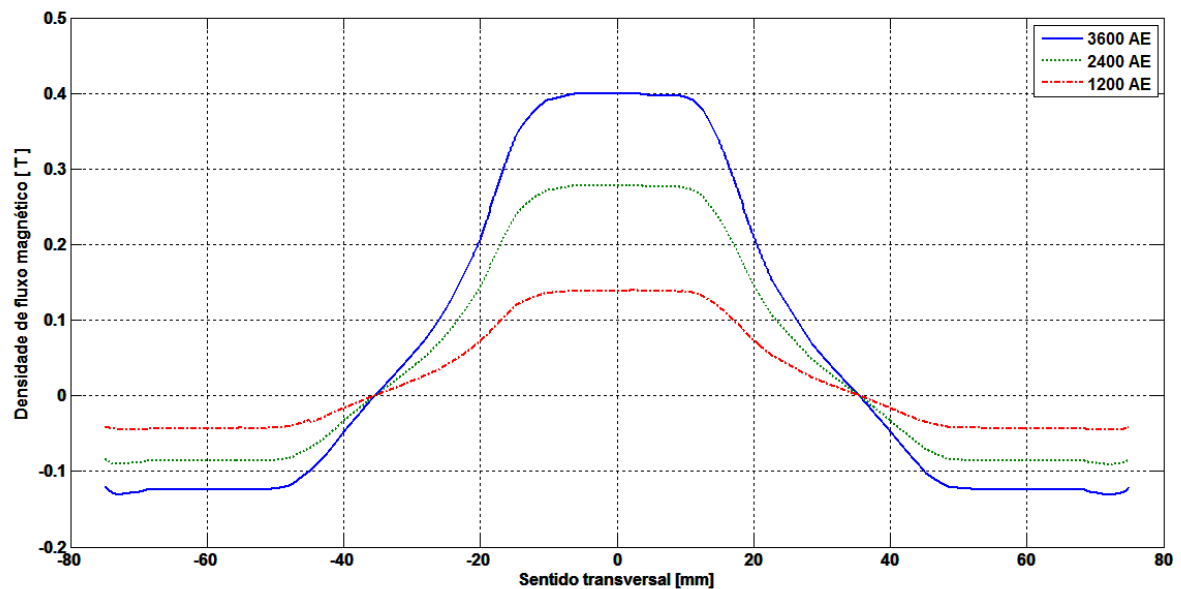


Figura 5.11: Densidade de fluxo magnético no sentido transversal para entreferro magnético de 8 mm.

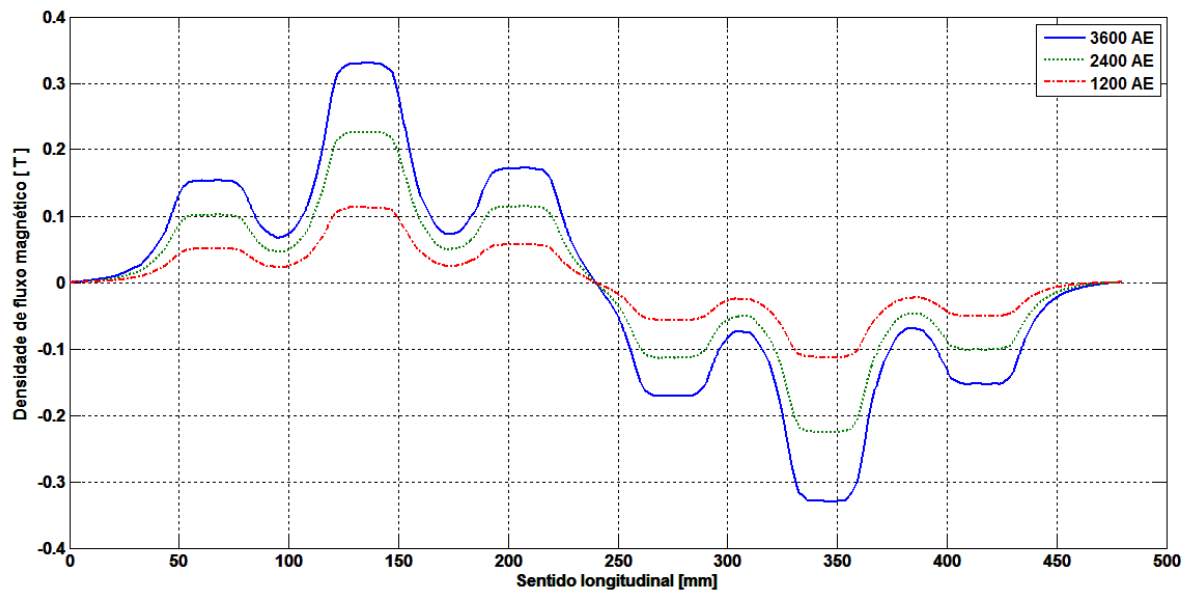


Figura 5.12: Densidade de fluxo magnético no sentido longitudinal para entreferro magnético de 10 mm.

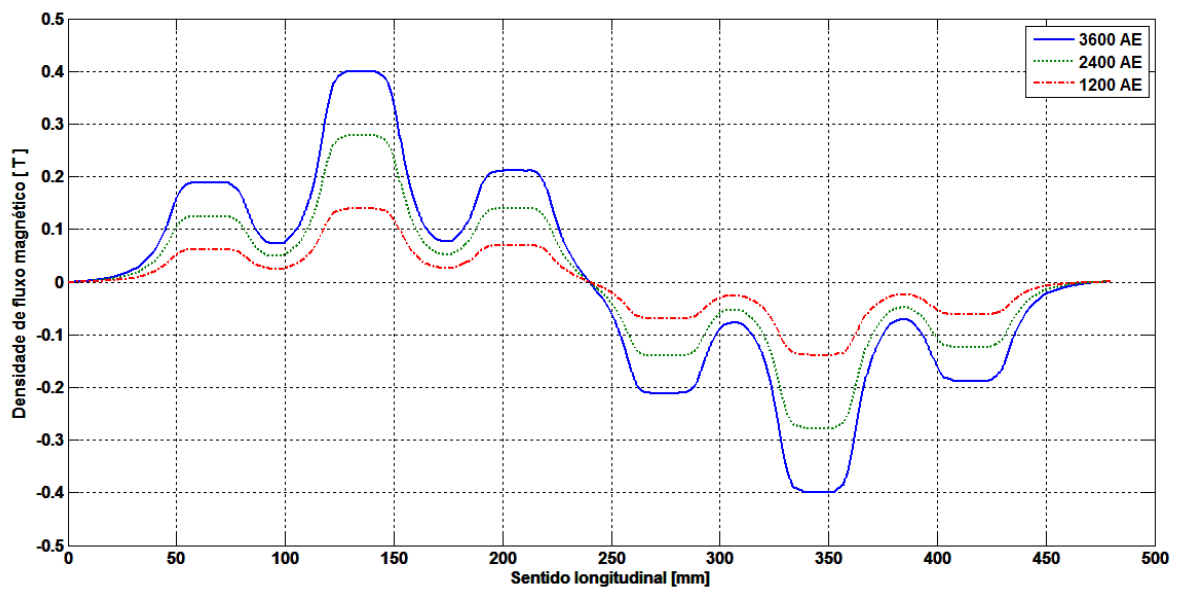


Figura 5.13: Densidade de fluxo magnético no sentido longitudinal para entreferro magnético de 8 mm.

Na figura 5.14 apresenta-se a distribuição da densidade de fluxo magnético (módulo) no núcleo magnético do primário para quatro diferentes valores de força magnetomotriz, 1200 AE, 2400 AE, 3600 AE e 4800 AE. Como pode-se observar, o maior valor da densidade de fluxo magnético é de 1,88 T para uma Fmm de 4800 AE, mas na zona do entreferro (acima da perna central) a densidade de campo magnético não ultrapassa os 0,6

T. Quando a Fmm tem um valor de 2400 AE, o valor da densidade de campo magnético no entreferro estará entre 0,125 T e 0,250 T.

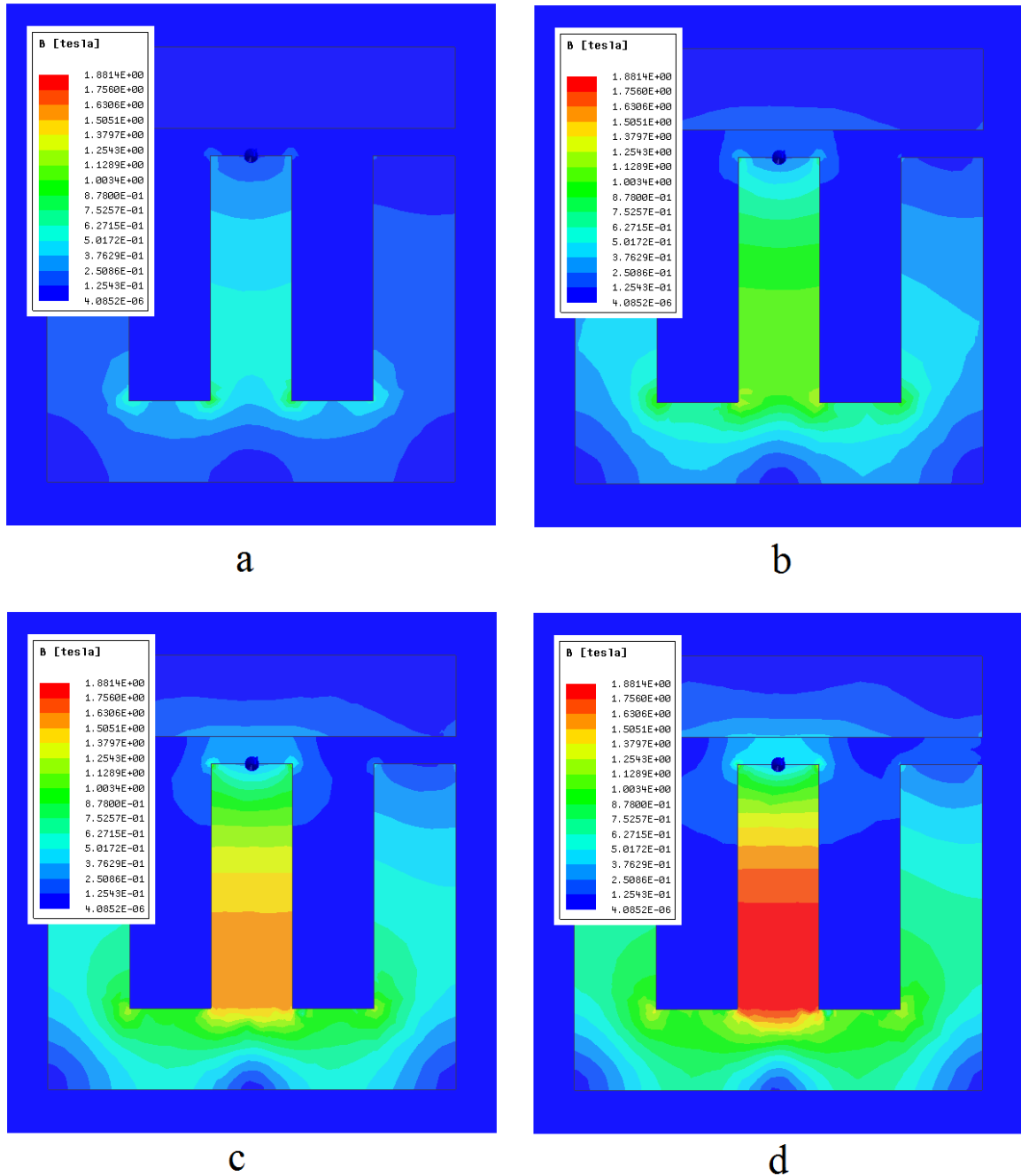


Figura 5.14: Módulo da densidade de fluxo magnético para um entreferro magnético de valor 10 mm. a) 1200 AE, b) 2400 AE, c) 3600 AE, d) 4800 AE.

Na figura 5.15 apresenta-se a permeabilidade magnética no núcleo, na direção x e na direção z. O valor da permeabilidade relativa é importante devido ao fato de que ela será

utilizada posteriormente na AH3D e na AT3D. Neste caso foi escolhido utilizar uma permeabilidade magnética relativa do aço igual ao valor de 1500.

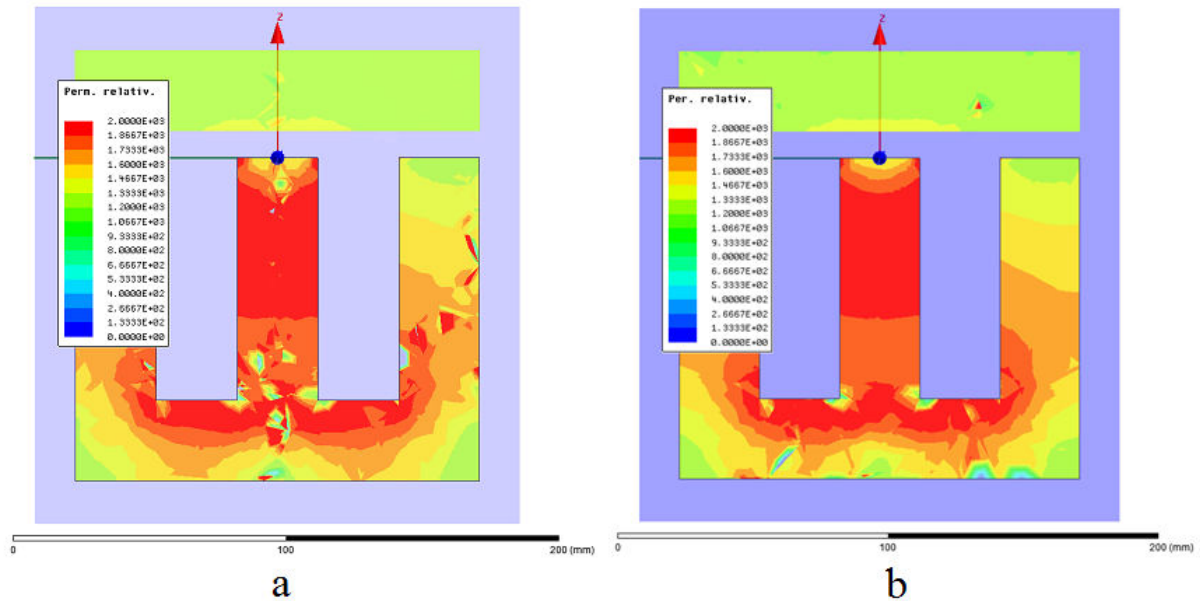


Figura 5.15: Permeabilidade magnética relativa no aço. a) componente x, b) componente z.

5.2.2 Análise harmônica em três dimensões – AH3D

Para as simulações de tipo harmônico, a mesma geometria foi testada para uma mesma corrente elétrica de 40 A de valor de pico e diferentes frequências para simular o comportamento do motor trabalhando com diferentes escorregamentos. Uma nova geometria deve ser adicionada (placa de vácuo) ao modelo do motor de forma de modelar as grandezas de origem elétricas e magnéticas no entreferro da máquina, como é apresentada na figura 5.16. Esta geometria é adicionada para determinar a energia magnética armazenada no entreferro.

As grandezas calculadas no AH3D são apresentadas no formato de ondas harmônicas no tempo, porém para a determinação das potências e energias envolvidas, é preciso utilizar as equações de potência e de energia para campos harmônicos no tempo. A energia magnética média no tempo $\overline{W_m}$ armazenada no entreferro e determinada mediante o uso da intensidade de campo magnético H através da equação 5.12:

$$\overline{W_m} = \int_V \frac{1}{4} \mu |H|^2 dv \quad (5.12)$$

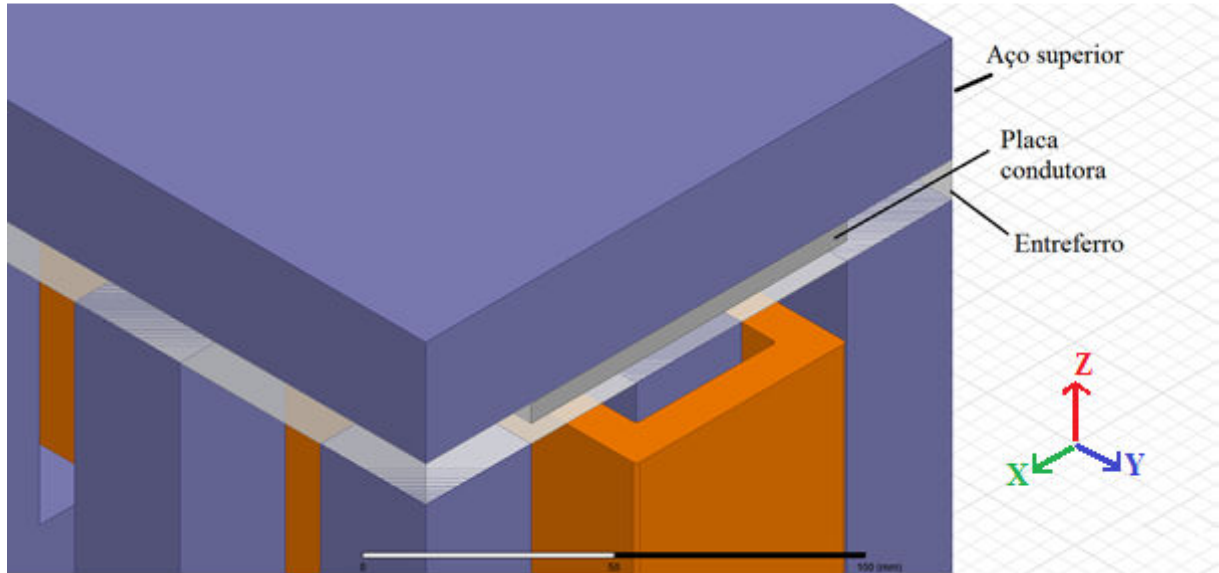


Figura 5.16: Detalhe da geometria do MILTFT para o AH3D.

A potência reativa no entreferro Q_g é calculada através da equação 5.13:

$$Q_g = j2\omega \overline{W_m} \quad (5.13)$$

A potência dissipada P_d no secundário é obtida a partir das componentes da corrente elétrica no secundário J_x e J_y e a condutividade da placa condutora σ .

$$P_d = \frac{1}{2} \int_V \frac{|J_x \vec{x} + J_y \vec{y}|^2}{\sigma} dv \quad (5.14)$$

As componentes de corrente no secundário (placa de Al) com Fmm de 2400 AE e uma frequência de 60 Hz (escorregamento unitário) são obtidas do AH3D e apresentadas nas figuras 5.17 e 5.18. A componente x (componente transversal) da densidade de corrente atinge valores de até 9 A/mm², e a componente y (componente longitudinal) atinge um valor máximo de até 11 A/mm². A componente z da corrente é praticamente nula e não tem contribuição nesta análise.

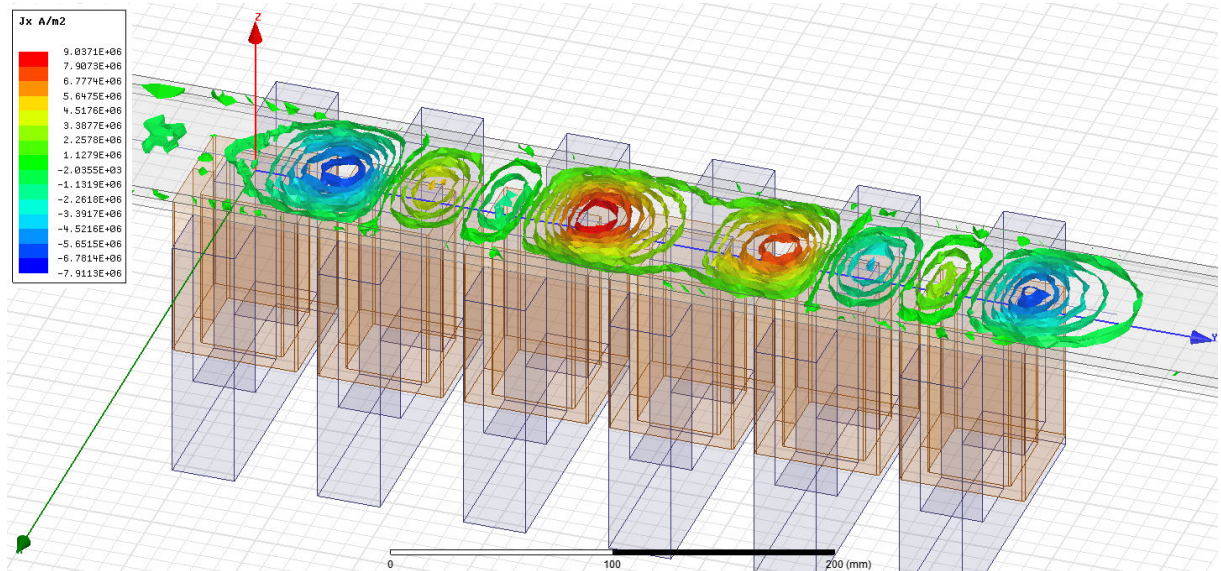


Figura 5.17: Isovalores da componente “x” da densidade de corrente no secundário. NI=2400 AE, 60 Hz.

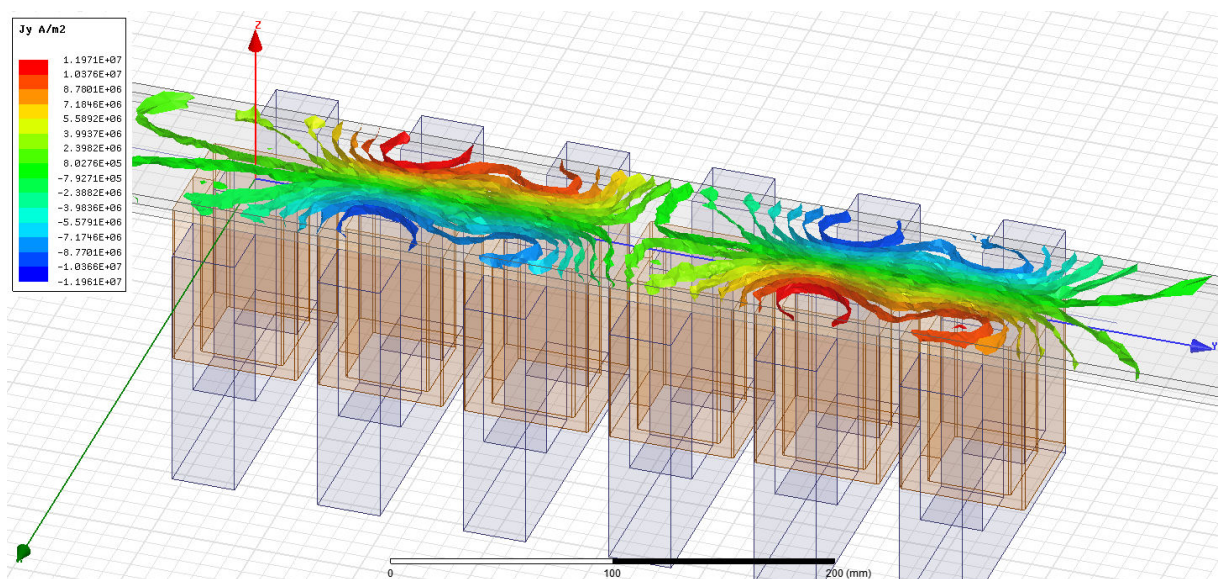


Figura 5.18: Isovalores da componente “y” da densidade de corrente no secundário. NI=2400 AE, f=60 Hz.

Para determinar a influência da distribuição das correntes no secundário, são comparadas as potências dissipadas produzidas por cada componente separadamente. Na figura 5.19 apresenta-se o valor da potência dissipada determinada pela equação 5.10. A componente y da corrente produz uma maior dissipação de potência.

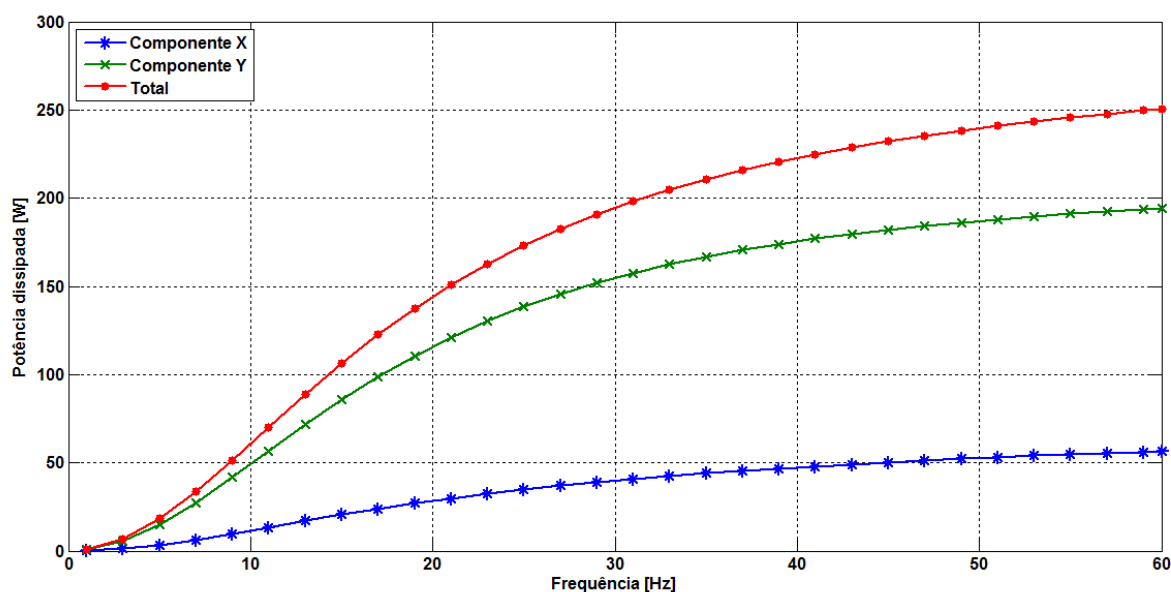


Figura 5.19: Potência dissipada no secundário para cada componente de corrente. NI=2400 AE.

Para determinar a contribuição das componentes de intensidades de campo magnético, a energia magnética por componente é apresentada na figura 5.20.

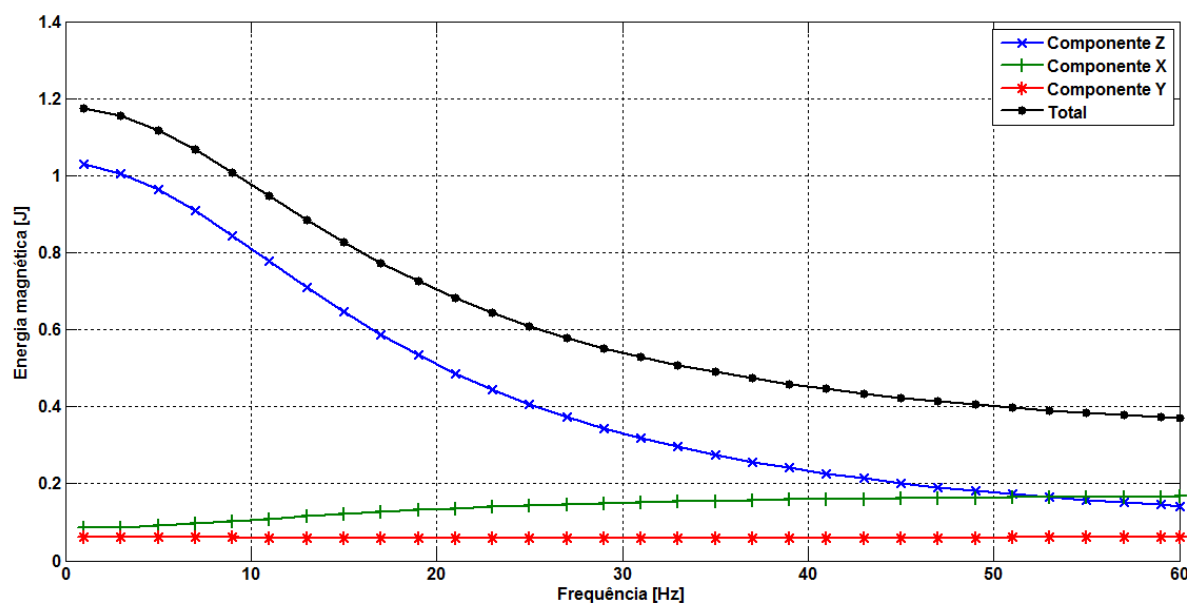


Figura 5.20: Energia magnética no entreferro para cada componente de campo magnético. NI=2400 AE.

A componente z apresenta o maior valor que as demais componentes indicando que em sua maioria, o fluxo magnético é predominantemente na direção z. A influência das outras componentes (componentes x e y) é maior na zona de alta frequência e sua tendência é reduzir-se à medida que a frequência diminui. As distribuições das componentes das

densidades de fluxo magnético são apresentadas nas figuras 5.21, 5.22 e 5.21 para uma força magnetomotriz de 2400 AE.

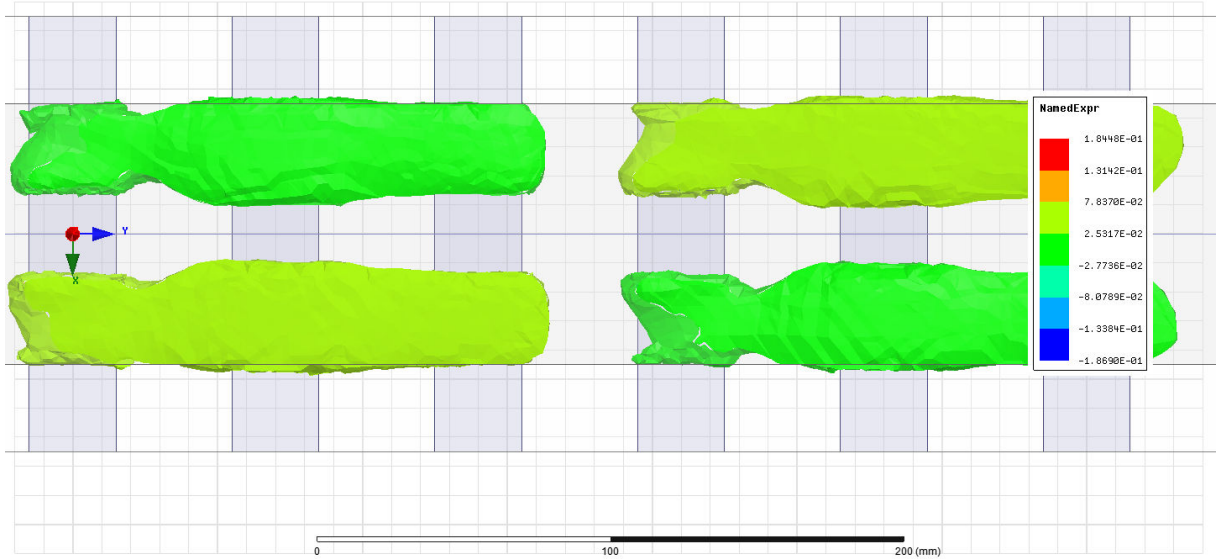


Figura 5.21: Componente x da densidade de fluxo magnético no entreferro. NI=2400 AE, f=60 Hz, fase=0.

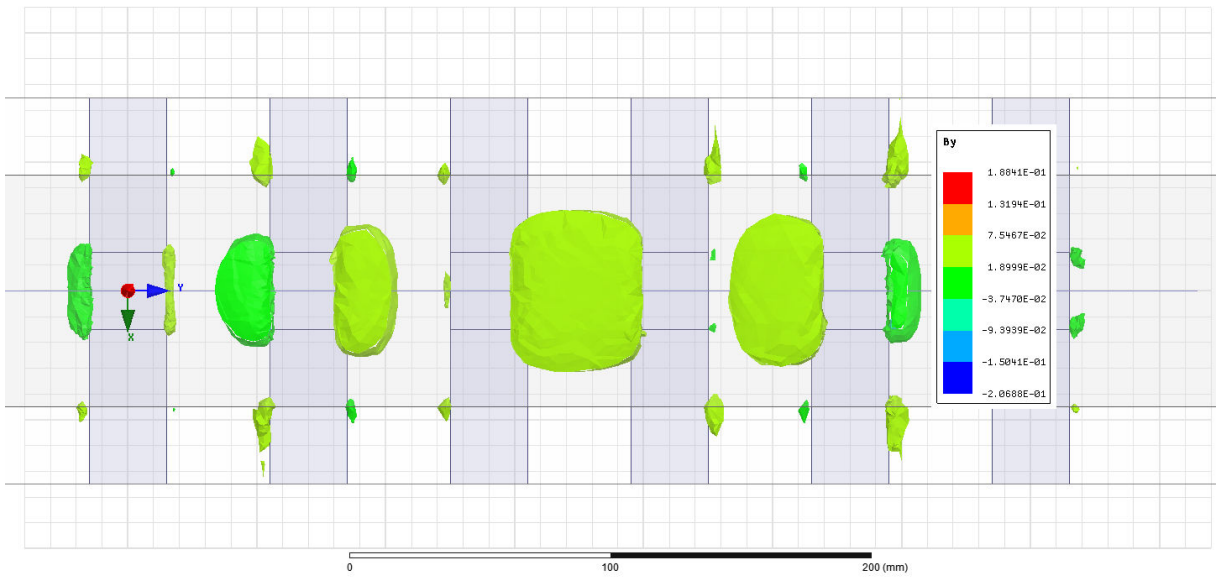


Figura 5.22: Componente y da densidade de fluxo magnético no entreferro. NI=2400 AE, f=60 Hz=0, fase=0.

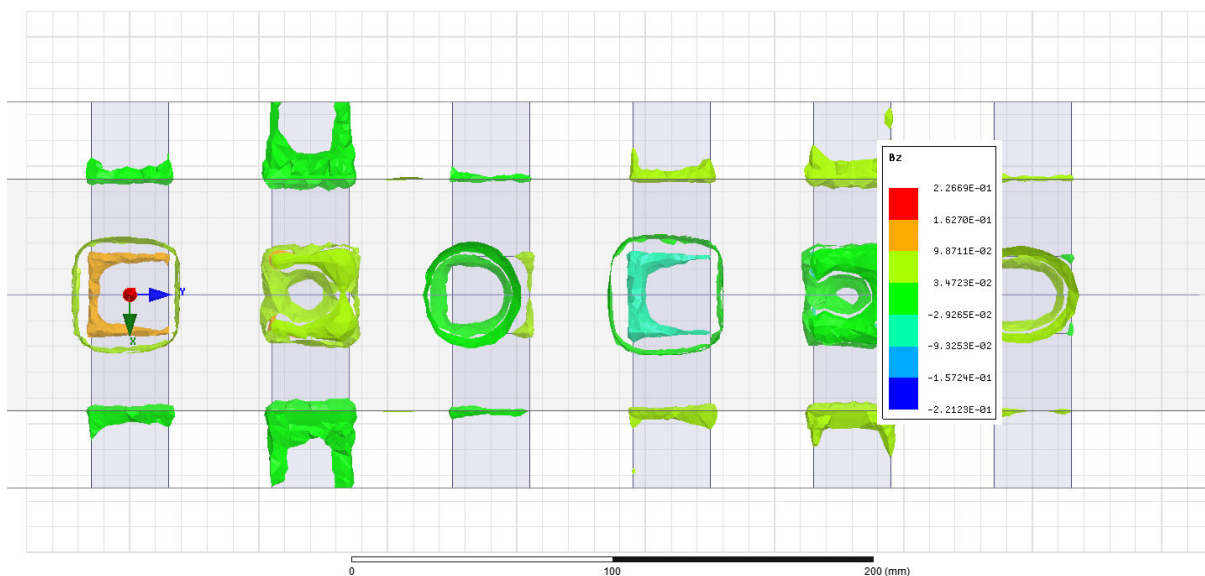


Figura 5.23: Componente Z da densidade de fluxo magnético no entreferro. $NI=2400$ AE, $f=60$ Hz, fase=0.

Pode-se observar que as componentes de densidade de fluxo magnético se distribuem da seguinte forma: a componente z é predominante nas zonas acima das pernas dos núcleos do primário, a componente y é predominante nas zonas entre dois núcleos consecutivos e a componente x é predominante nas zonas entre as pernas de cada núcleo. As magnitudes das componentes x e y são as responsáveis pela existência do espriamento no entreferro.

5.2.3 Análise transitória em três dimensões – AT3D

O principal objetivo desta análise é obter a força linear desenvolvida pelo MILTFT. Devido ao fato de que a AT3D não cria uma malha adequada para a simulação, a mesma malha obtida no AE3D foi utilizada. Todas as simulações são feitas com uma corrente elétrica de 40 A de pico e são usadas utilizadas bobinas com 60 espiras, sendo alimentadas pela rede elétrica trifásica cuja sequência de fases é A-B-C.

Foram realizadas 16 simulações com diferentes frequências para esta máquina. Para cada variação de frequência foram obtidas 40 amostras por ciclo. O tempo de processamento de cada simulação varia dependendo da frequência. Para altas frequências (entre 60 Hz e 36 Hz) o tempo de simulação foi de 6 ciclos. Para baixas frequências (entre 36 Hz e 1 Hz) o tempo de simulação foi de 4 ciclos. O tempo total de cômputo para cada

simulação é da ordem das 4 horas, utilizando um processador de 8 núcleos com frequência de operação de 3,5 MHz e 16 GB de memória RAM.

Nas figuras 5.24 até 5.28 são apresentados os gráficos da força linear instantânea para distintos valores de frequência vs o valor da fase angular (ωt) da corrente do primário. A força de partida do motor acontece em 60 Hz e é de ordem de 3,6 N. O máximo valor de força atingida pelo motor acontece entre 18 e 13 Hz Tendo um valor de ordem de 10,2 N quando a frequência é de 15 Hz. Em todas as curvas das figuras 5.24 até 5.28 pode se observar o transitório de força linear produzido pelo motor vs a fase. O maior valor do transitório diminui enquanto são utilizadas menores frequências da corrente elétrica do primário. Na figura 5.29 apresenta-se o valor médio de força linear para cada frequência de escorregamento quando o motor atinge o estado permanente.

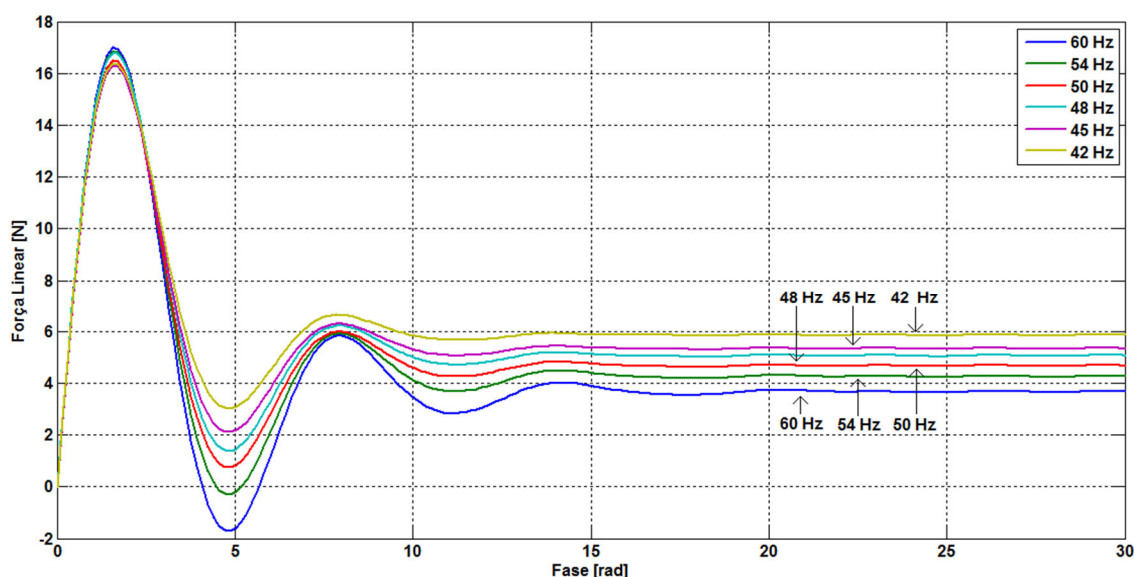


Figura 5.24: Força linear desenvolvida pelo MILTFT para corrente elétrica de 40 A de pico 60 espiras e frequência de $60 \text{ Hz} < f < 42 \text{ Hz}$.

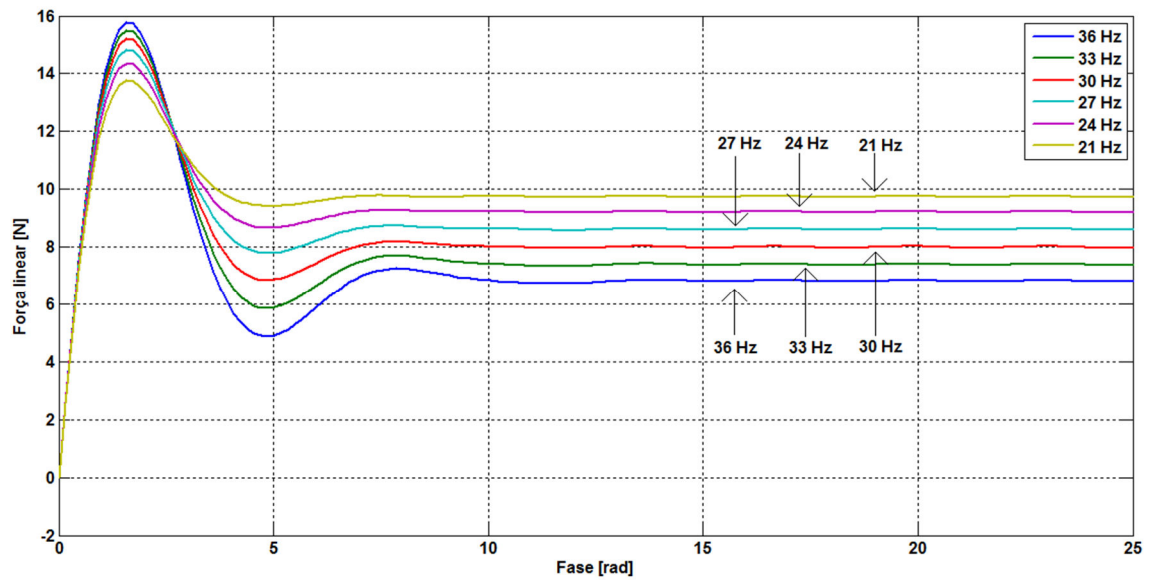


Figura 5.25: Força linear desenvolvida pelo MILTFT para corrente elétrica de 40 A de pico 60 espiras e frequência de $36 \text{ Hz} < f < 21 \text{ Hz}$.

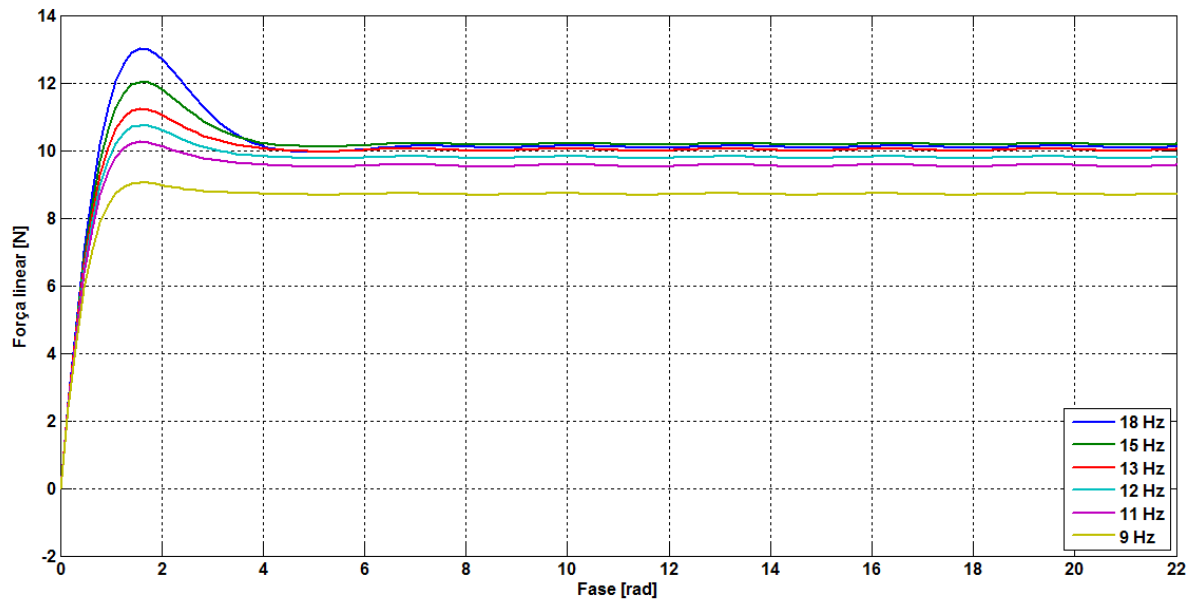


Figura 5.26: Força linear desenvolvida pelo MILTFT para corrente elétrica de 40 A de pico 60 espiras e frequência de $18 \text{ Hz} < f < 9 \text{ Hz}$.

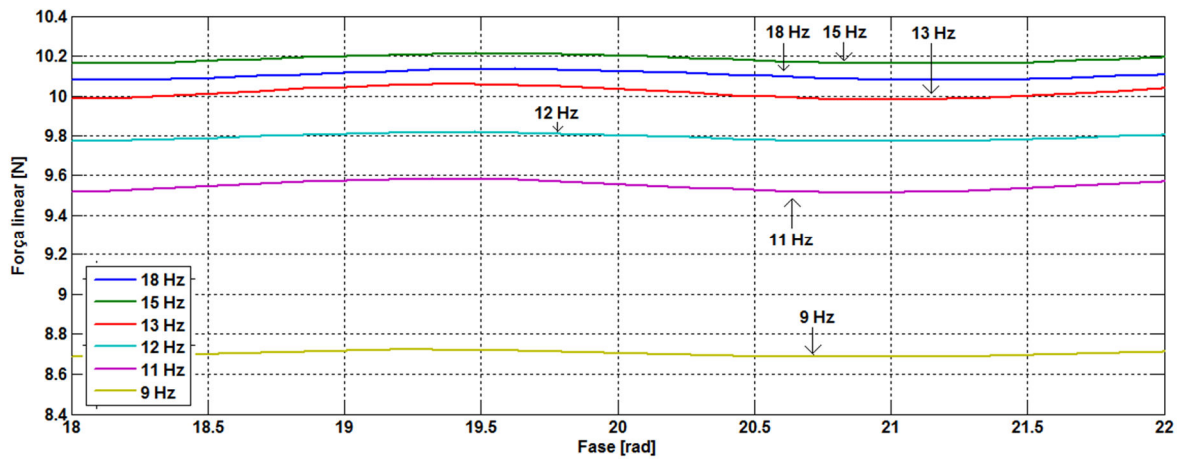


Figura 5.27: Detalhe figura 4.26 para a região no regime permanente.

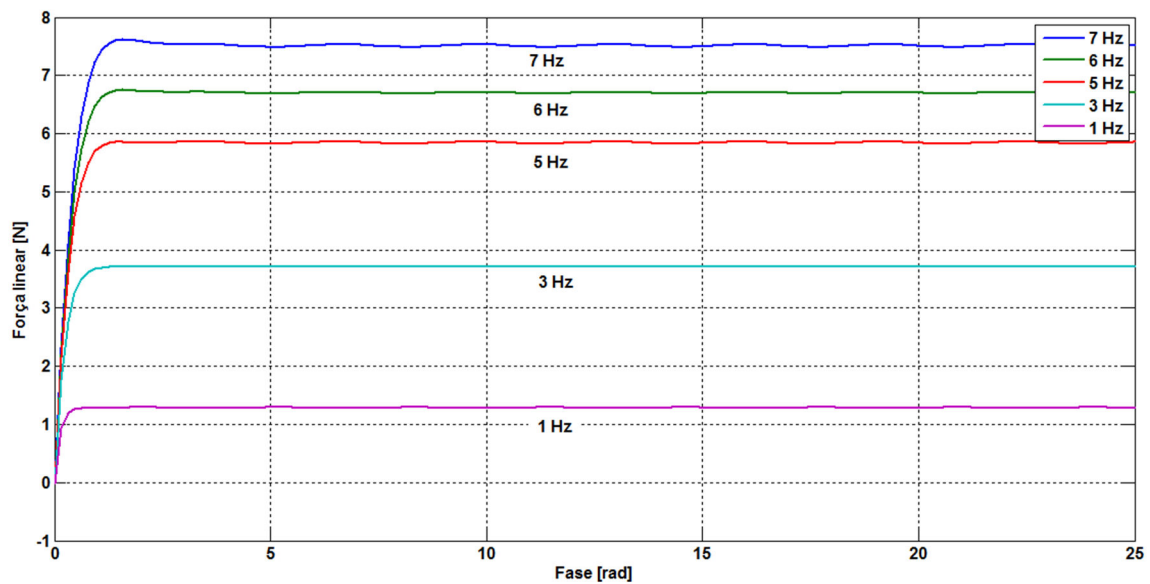
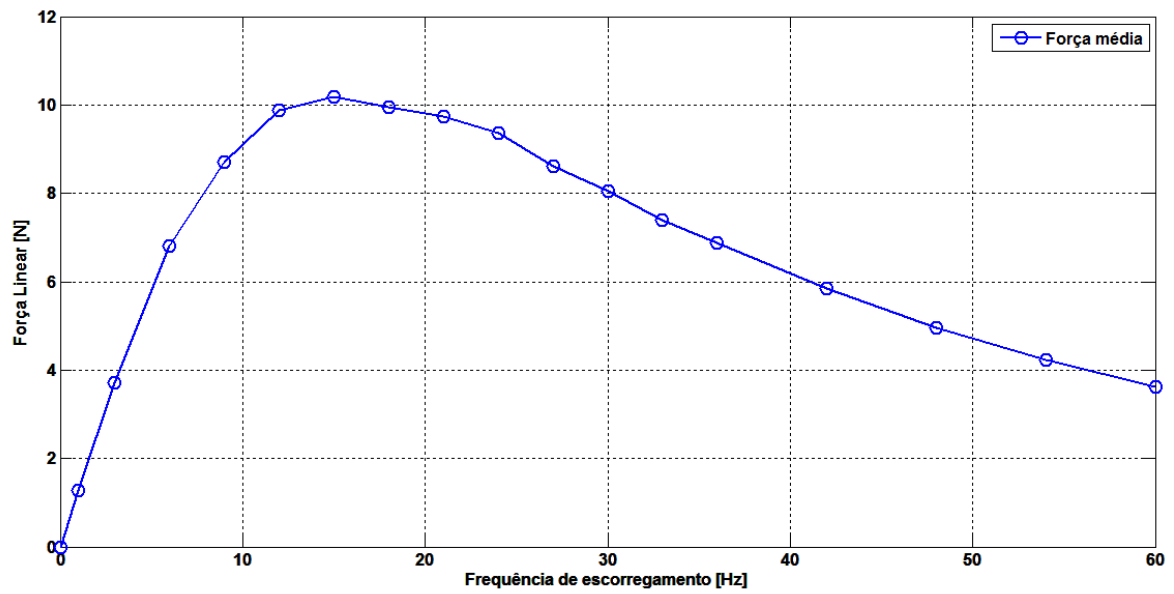


Figura 5.28: Força linear desenvolvida pelo MILTFT para corrente elétrica de 40 A de pico 60 espiras e frequência de $7 \text{ Hz} > f > 1 \text{ Hz}$.

A influência da densidade de fluxo magnético produzida pelo secundário, pode ser visualizada nas figuras 5.30 e 5.31, onde são apresentadas as componentes z das densidades de fluxo magnético no sentido transversal e longitudinal respectivamente. Enquanto a frequência decresce, a densidade de fluxo magnético no entreferro aumenta seu valor. As densidades são praticamente iguais quando comparada com a simulação feita no AE3D com a simulação de 1 Hz feita no AT3D.



5.29: Força média no estado permanente vs frequência de escorregamento.

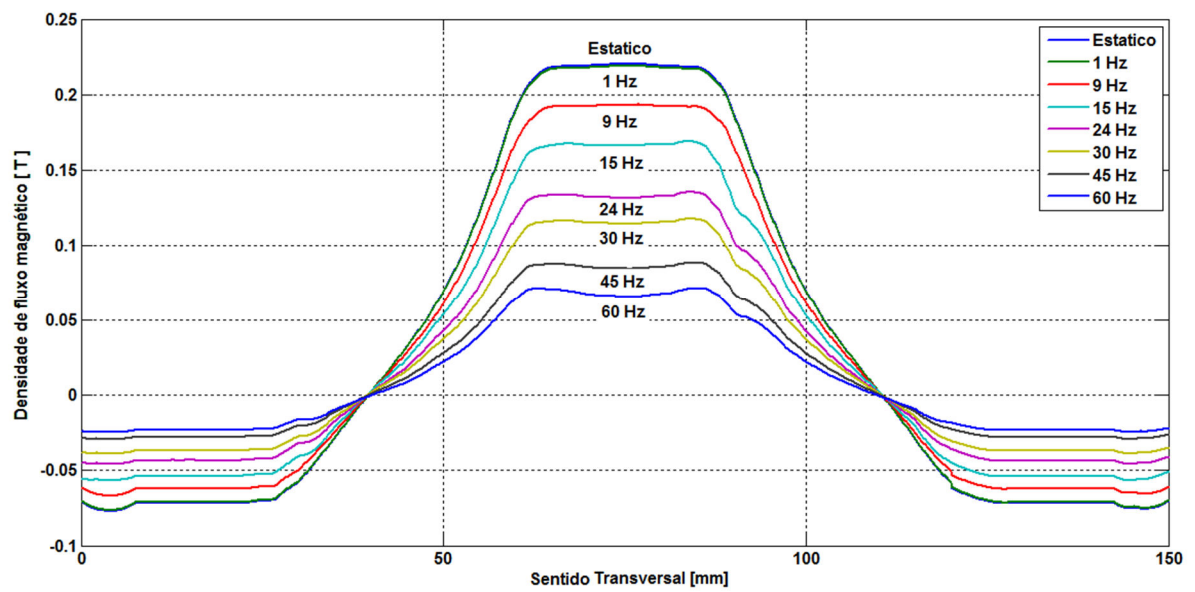


Figura 5.30: Componente z da densidade de fluxo magnético no sentido transversal. 40 A de pico 80 espiras.

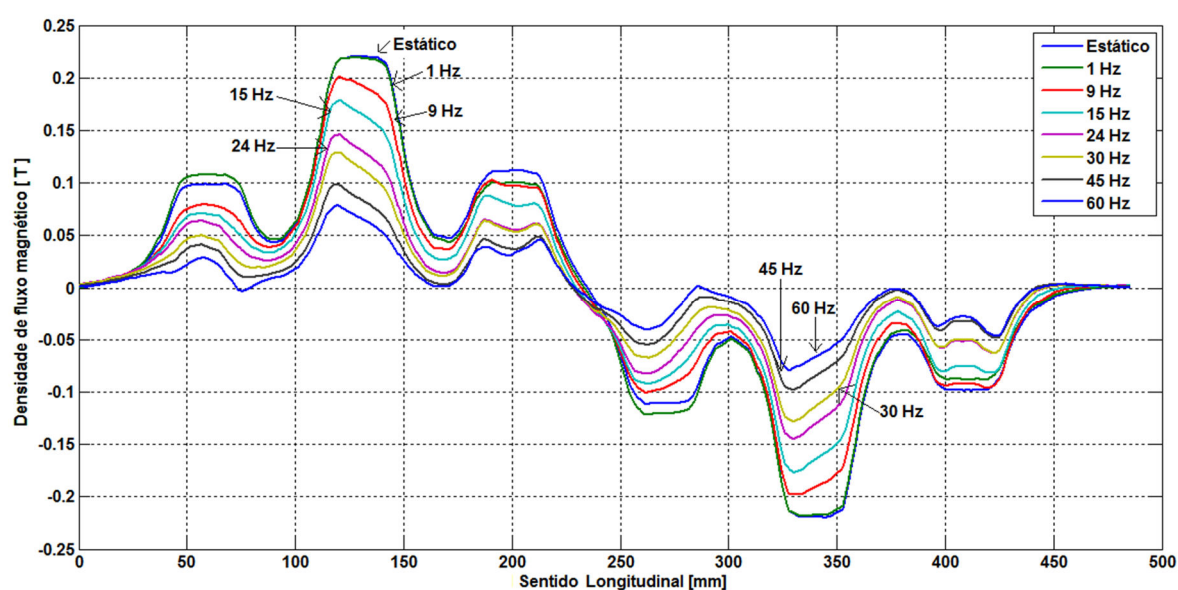


Figura 5.31: Componente z da densidade de fluxo magnético no sentido longitudinal. 40 A de pico 60 espiras.

Neste capítulo foi desenvolvido o análise do MILTFT utilizando o MEF em três dimensões. Foram realizadas simulações para o mesmo motor utilizando diferentes valores da F_{mm} e determinando sua influencia em grandezas como densidade de fluxo magnético no entreferro, energia magnética, potência dissipada e força linear desenvolvida.

6. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DE SIMULAÇÕES COM O DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

6.1 INTRODUÇÃO

Utilizando o programa ANSYS-Maxwell, foi modelado o motor apresentado no capítulo 5, usando-se a AT3D. Foram obtidos os valores de força linear desenvolvida pelo motor. As simulações foram realizadas com o motor parado (escorregamento unitário), usando diferentes frequências da corrente elétrica do primário para obter um comportamento similar ao que o motor desenvolveria quando estivesse funcionando com diferentes escorregamentos. Quando o escorregamento é unitário, a frequência da corrente elétrica no secundário é igual à frequência da corrente elétrica do primário. Os resultados obtidos a partir desta análise usando-se o MEF são comparados com os resultados obtidos da análise numérica. Esta análise numérica, descrita no capítulo 3, e desenvolvida utilizando uma rotina de cálculo que foi escrita no aplicativo MATLAB. As rotinas de cálculo utilizadas são apresentadas no anexo E. As simulações, da mesma frequência que a análise numérica, foram realizadas para corrente elétrica de pico constante de valor 40 A, e número de espiras $n=60$ por bobina, sendo consideradas duas bobinas por fase e por polo.

Foram realizadas três simulações de motores diferentes, variando-se o comprimento do entreferro e a espessura da placa do secundário para determinar a influência da espessura da placa condutora e do entreferro na força linear desenvolvida pelo motor. As características destas configurações são apresentadas na tabela 6.1. Os motores B e C apresentam o mesmo entreferro magnético o que equivale a dizer que a densidade de fluxo magnético estacionário no entreferro é igual para os dois motores. O motor A é utilizado para permitir a comparação com as outras duas configurações.

Tabela 6.1: Configurações do MILTFT.

Medidas	Motor A	Motor B	Motor C
Entreferro mecânico, $g_{mec.}$ [mm]	5	5	1
Espessura da placa, h [mm]	5	3	7
Entreferro magnético, $g_{mag.}$ [mm]	10	8	8

6.2 COMPARAÇÕES DE FORÇAS CALCULADAS E OBTIDAS POR SIMULAÇÃO.

Os valores das forças lineares obtidas com a AT3D com diferentes frequências são apresentados na tabela 6.2. Os valores obtidos da simulação feita como a AT3D são comparados com os valores obtidos da análise numérica utilizando o programa escrito a partir das expressões apresentadas no capítulo 3, que consiste em uma rotina de cálculo, apresentada no anexo E. As comparações das forças calculadas pelos dois métodos são apresentadas nas figuras 6.1, 6.2 e 6.3 para os motores A, B e C respectivamente. As frequências de simulação estão na faixa de 1 Hz até 60 Hz. Para simplicidade do modelo do motor, foi calculada a força linear desenvolvida pela componente fundamental da análise harmônica.

Tabela 6.2: Valores de força linear obtidos por elementos finitos dos motores com corrente elétrica de primário de 40 A de pico e 60 espiras por bobina.

Frequência [Hz]	Escorregamento (fictício)	Força Motor A [N]	Força Motor B [N]	Força Motor C [N]
1	$1,67 \times 10^{-2}$	1,28	1,04	2,49
3	0,05	3,72	3,06	6,76
6	0,10	6,82	5,77	10,80
9	0,15	8,70	7,98	12,22
12	0,20	9,89	9,62	12,02
15	0,25	10,18	10,74	11,07
18	0,30	9,96	11,40	9,86
21	0,35	9,74	11,68	8,65
24	0,40	9,36	11,70	7,52
27	0,45	8,62	11,51	6,53
30	0,50	8,06	11,18	5,67
33	0,55	7,39	10,82	4,93
36	0,60	6,89	10,30	4,30
42	0,70	5,85	9,31	3,30
48	0,80	4,95	8,32	2,56
54	0,90	4,23	7,41	2,02
60	1,00	3,62	6,60	1,62

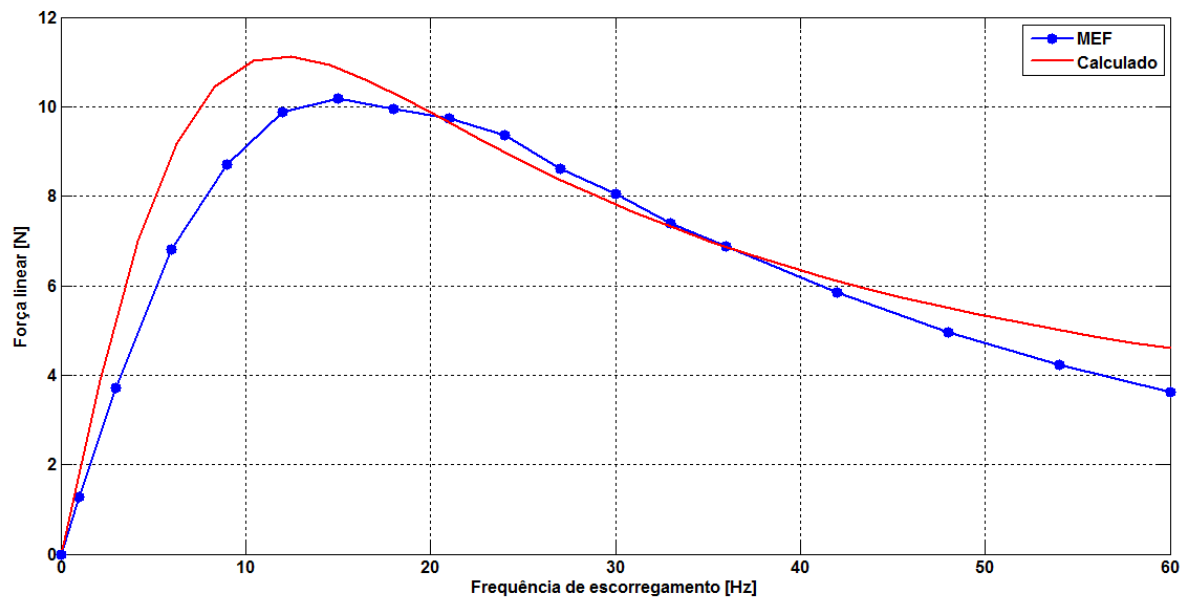


Figura 6.1: Comparação entre forças calculadas e forças obtidas por simulação para o motor A, corrente elétrica do primário 40 A de pico e 60 espiras por bobina.

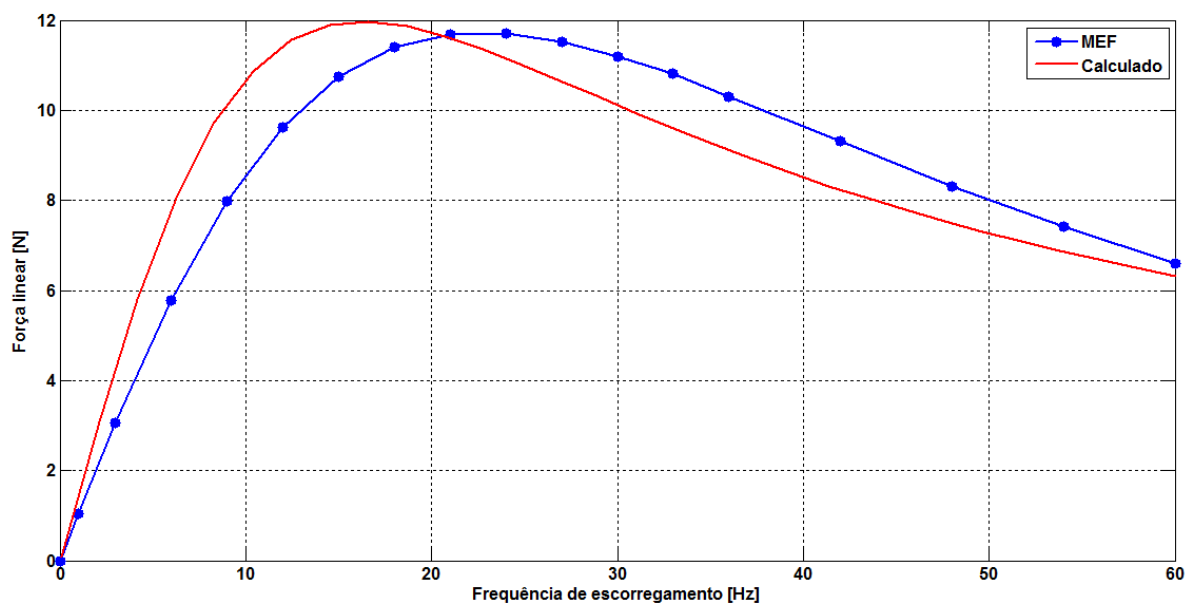


Figura 6.2: Comparação entre forças calculadas e forças obtidas por simulação para o motor B, corrente elétrica do primário 40 A de pico e 60 espiras por bobina.

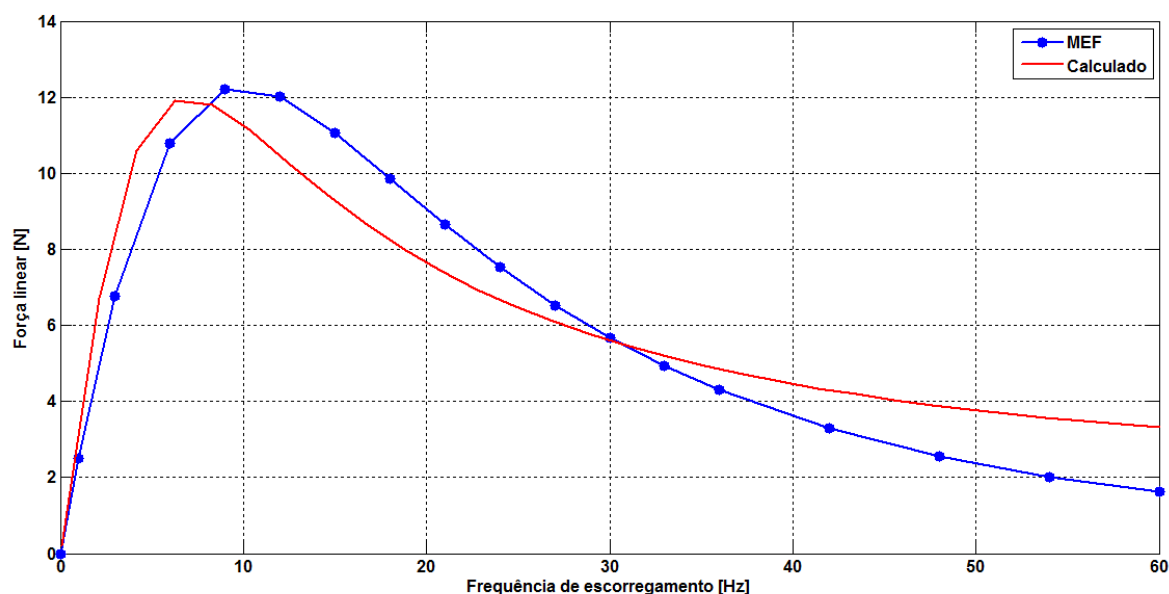


Figura 6.3: Comparação entre forças calculadas e forças obtidas por simulação para o motor C, corrente elétrica do primário 40 A de pico e 60 espiras por bobina.

Nas figuras 6.1, 6.2 e 6.3 pode-se verificar que as curvas obtidas por simulação e as calculadas apresentam tendências similares, mas não apresentam resultados muito próximos. As diferenças entre elas devem-se à influência do efeito longitudinal de extremidade nas simulações realizadas no MEF. As simulações realizadas com o MEF estão baseadas no modelo de um motor que tem extremidades definidas (início e fim) e as soluções encontradas para distribuições de campos eletromagnéticos pelo MEF levaram em conta este fato. O desenvolvimento analítico elaborado no capítulo 3 não leva em conta este efeito de extremidade. Para ajustar os resultados obtidos com o uso de elementos finitos com os do cálculo analítico, o efeito ELE é adicionado como um fator de correção como foi mencionado na seção 3.5. As curvas corrigidas de força e sua comparação com os resultados obtidos com MEF são apresentadas nas figuras 6.4, 6.5 e 6.6 para os motores A, B e C respectivamente.

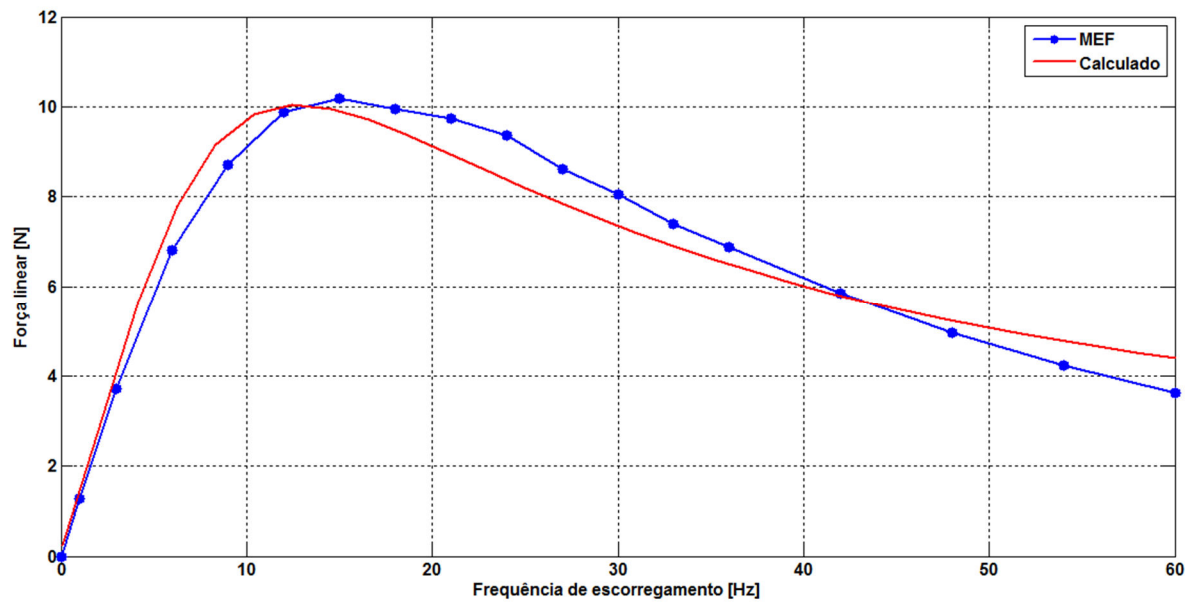


Figura 6.4: Comparação entre forças calculadas e forças obtidas por simulação para o motor A levando em conta o fator do ELE, corrente elétrica do primário 40 A de pico e 60 espiras por bobina.

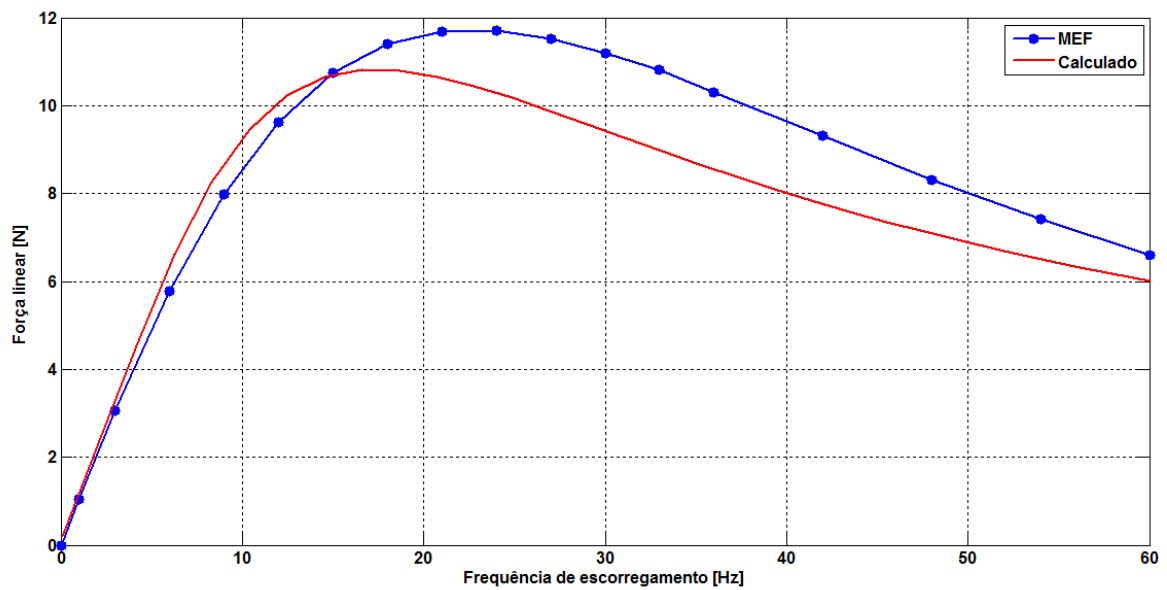


Figura 6.5: Comparação entre forças calculadas e forças obtidas por simulação para o motor B levando em conta o fator do ELE, corrente elétrica do primário 40 A de pico e 60 espiras por bobina.

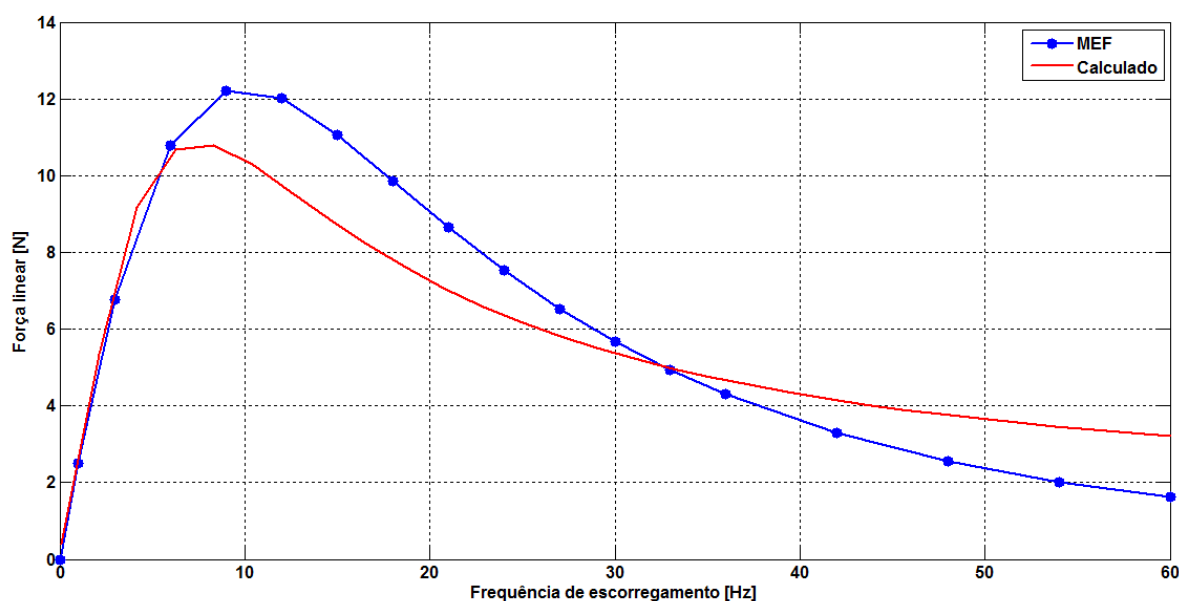


Figura 6.6: Comparação entre forças calculadas e forças obtidas por simulação para o motor C levando em conta o fator do ELE, corrente elétrica do primário 40 A de pico e 60 espiras por bobina.

Quando são comparados os dados da análise teórica e a análise usando o MEF do motor A, as curvas apresentam tendências similares. Na tabela 6.3 mostra-se uma comparação dos valores das forças lineares obtidas para várias frequências de escorregamento com o cálculo analítico e com o MEF. O máximo valor da força linear usando o MEF é atingido na frequência de 15 Hz com um valor de cerca de 10 N. No cálculo analítico o máximo valor de força linear é de 10,02 N para frequência de 12 Hz. Adicionando o fator ELE o erro percentual de força do motor decresce. Os resultados apresentam um erro menor para as faixas de frequência da ordem dos 3 Hz até 42 Hz. O valor da frequência na qual a força linear atinge o valor máximo é denominada frequência crítica.

Na tabela 6.4 se faz a comparação de alguns valores de força linear para o motor B. Obtém-se o valor máximo de força linear desenvolvida de 11,7 N, utilizando o MEF para o motor B na frequência de 24 Hz. No cálculo analítico sem considerar o ELE o máximo valor é de 11,13 N, quando a frequência é de 15 Hz. Quando se considera o fator de ELE, o máximo valor da força é de 10,82 N para uma frequência de 18 Hz. Na faixa de frequência de 9 Hz até 42 Hz o erro é menor do que 10%. Com frequências inferiores a 9 Hz o erro supera este valor chegando até 31,73%, quando a frequência tem um valor unitário.

Tabela 6.3: Comparações das forças calculadas e simuladas no MEF para o motor A.

Frequência [Hz]	Simulada [N]	Calculado sem ELE [N]	Erro ELE [%]	sem Calculado com ELE [N]	Erro ELE [%]	com
1	1,28	1,86	45,31	1,57	22,66	
3	3,72	5,29	42,20	4,11	10,48	
6	6,82	8,95	31,23	7,57	11,00	
9	8,70	10,7	22,99	9,43	8,39	
12	9,89	11,13	12,53	10,02	1,31	
15	10,18	10,87	6,78	9,91	2,65	
18	9,96	10,30	3,41	9,49	4,72	
21	9,74	9,64	1,03	8,94	8,21	
30	8,06	7,82	2,98	7,35	8,81	
42	5,85	6,11	4,44	5,79	1,03	
54	4,23	5,00	18,20	4,77	12,77	
60	3,62	4,58	26,52	4,39	21,27	

Tabela 6.4: Comparações das forças calculadas e simuladas no MEF para o motor B.

Frequência [Hz]	Simulada [N]	Calculado sem ELE [N]	Erro ELE [%]	sem Calculado com ELE [N]	Erro ELE [%]	com
1	1,04	1,47	41,35	1,37	31,73	
3	3,06	4,29	40,20	3,26	6,54	
6	5,77	7,80	35,18	6,37	10,40	
9	7,98	10,16	27,32	8,71	9,15	
12	9,62	11,44	18,92	10,08	4,78	
15	10,74	11,93	11,08	10,70	0,37	
18	11,40	11,92	4,56	10,82	5,09	
21	11,68	11,61	0,6	10,63	0,43	
24	11,70	11,16	4,62	10,29	12,05	
30	11,18	10,12	9,48	9,42	15,74	
42	9,31	8,24	11,49	7,76	16,65	
60	6,60	6,32	4,24	6,01	8,98	

A tabela 6.5 apresenta a comparação de forças lineares do motor C. Neste caso a inclusão do fator do ELE para corrigir a força faz que os cálculos analíticos fiquem muito mais próximos dos obtidos por simulações quando são comparados na zona frequência de 1 Hz até 6 Hz. O máximo valor de força obtido nas simulações é de 12,22 N para uma frequência de 9 Hz. No cálculo analítico o máximo valor de força é 11,84 N para a frequência

de 6 Hz com o ELE não considerado, e apresenta um valor de 10,66 N para frequência de 9 Hz com o fator do ELE considerado.

Tabela 6.5: Comparações das forças calculadas e simuladas no MEF para o motor C.

Frequência [Hz]	Simulada [N]	Calculado sem ELE [N]	Erro ELE [%]	sem Calculado com ELE [N]	Erro ELE [%]	com
1	2,49	3,38	35,74	2,57	3,21	
3	6,76	8,71	28,85	7,27	7,54	
6	10,80	11,84	9,62	10,59	1,94	
9	12,22	11,61	4,99	10,66	12,77	
12	12,02	10,47	12,90	9,75	18,88	
15	11,07	9,27	16,26	8,71	21,32	
18	9,86	8,24	16,43	7,79	20,99	
21	8,65	7,38	14,68	7,01	18,96	
24	7,52	6,67	11,30	6,36	15,43	
30	5,67	5,60	1,24	5,37	5,29	
42	3,30	4,30	30,30	3,46	4,84	
60	1,62	3,32	104,94	3,22	98,76	

Embora existam diferenças entre os resultados de força calculados e obtidos por simulações, pode-se observar que as curvas têm tendências similares. Quando as forças desenvolvidas pelos motores B e C são comparadas, pode-se observar que a força desenvolvida pelo motor C é maior na faixa de frequências de 1 Hz até 15 Hz. Os motores apresentam o mesmo entreferro magnético, mas a placa condutora apresenta uma espessura maior no motor C porém a condutividade equivalente da placa do secundário no motor C é maior do que a condutividade equivalente do motor B. Nas zonas de frequências menores que a frequência crítica, a força é diretamente proporcional à condutividade da placa condutora do secundário e se a frequência for maior do que a frequência crítica, a força será inversamente proporcional à condutividade do secundário. Por conseguinte, uma condutividade maior na mesma máquina terá como efeito uma menor força nas zonas de frequência menores do que a frequência crítica, e desenvolverá uma força linear maior para frequências acima da frequência crítica.

Para os três motores estudados, foi determinado o erro quadrático médio (EQM) nas zonas de frequência menores do que a frequência crítica. Nos três casos, o EQM diminui quando o ELE é adicionado. No motor A, o EQM decresce de 2,22 para 0,23, no motor B o EQM decresce de 1,76 para 0,52 e no motor C o EQM decresce de 1,51 para 0,68.

Nas figuras 6.7, 6.8 e 6.9 observa-se da adição das harmônicas na análise. A curva de força desenvolvida pelo motor é determinada adicionando o efeito da quinta e da sétima harmônicas. A quinta harmônica tem uma influência bastante notória no motor na zona de alta frequência, reduzindo a força que é desenvolvida. Entretanto a sua influência na zona de baixa frequência pode ser desprezada. Os três motores apresentam valores muito distintos nas zonas de alta frequência e a contribuição das harmônicas é desprezível nas zonas de baixa frequência.

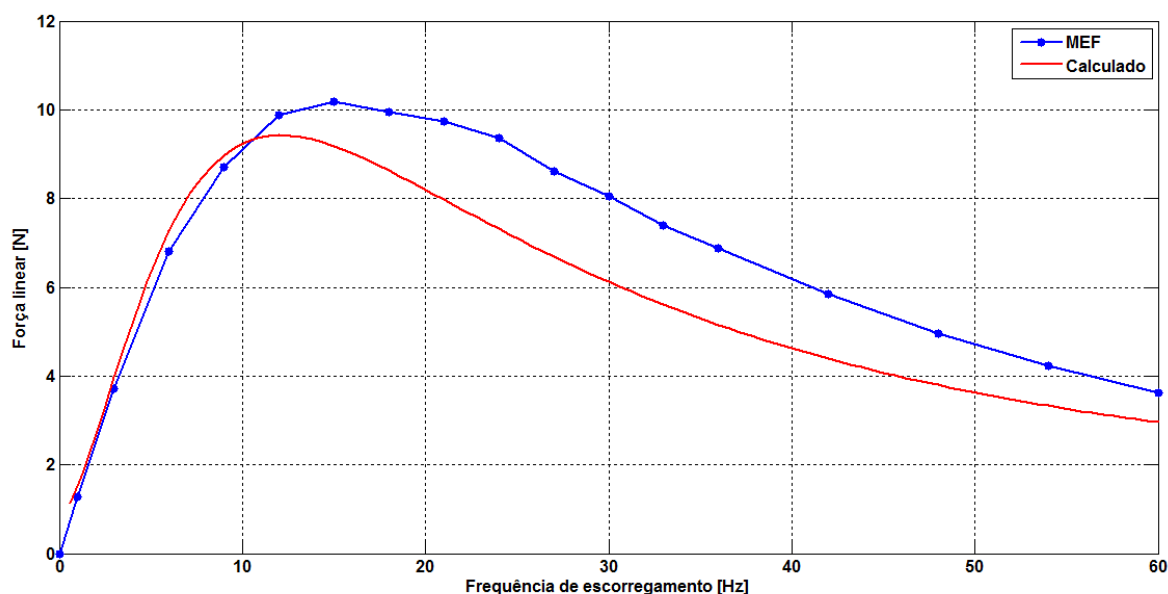


Figura 6.7: Comparação de forças calculadas e de simulação para o motor A levando em conta o fator do ELE e utilizando a fundamental, quinta e sétima harmônicas. Corrente elétrica do primário 40 A de pico e 60 espiras por bobina.

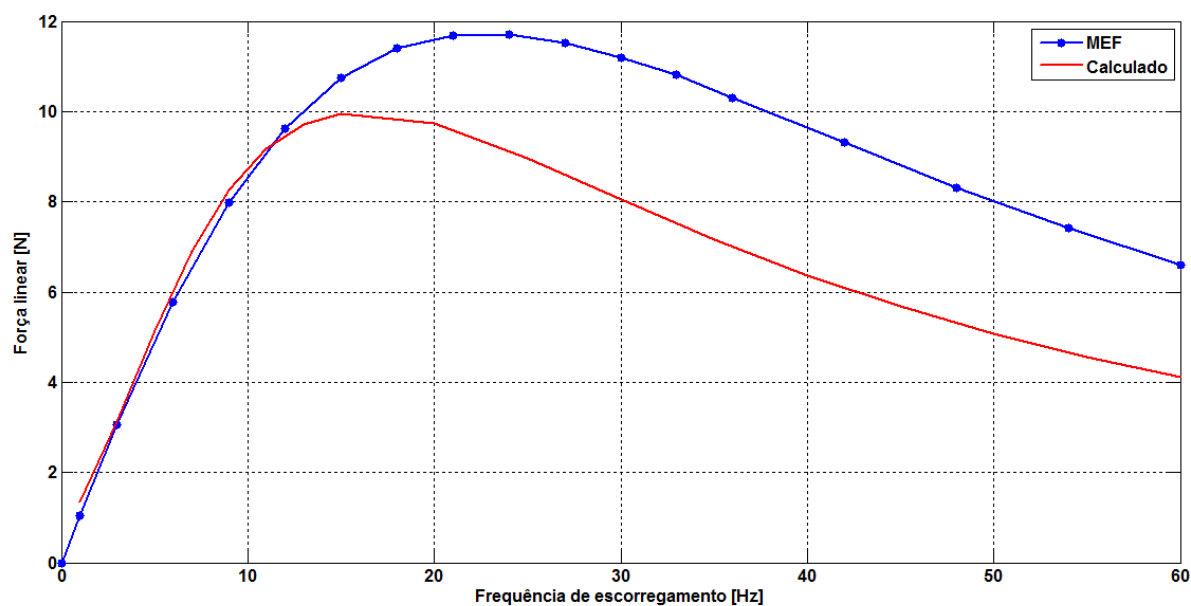


Figura 6.8: Comparação de forças calculadas e de simulação para o motor B levando em conta o fator do ELE e utilizando a fundamental, quinta e sétima harmônicas. Corrente elétrica do primário 40 A de pico e 60 espiras por bobina.

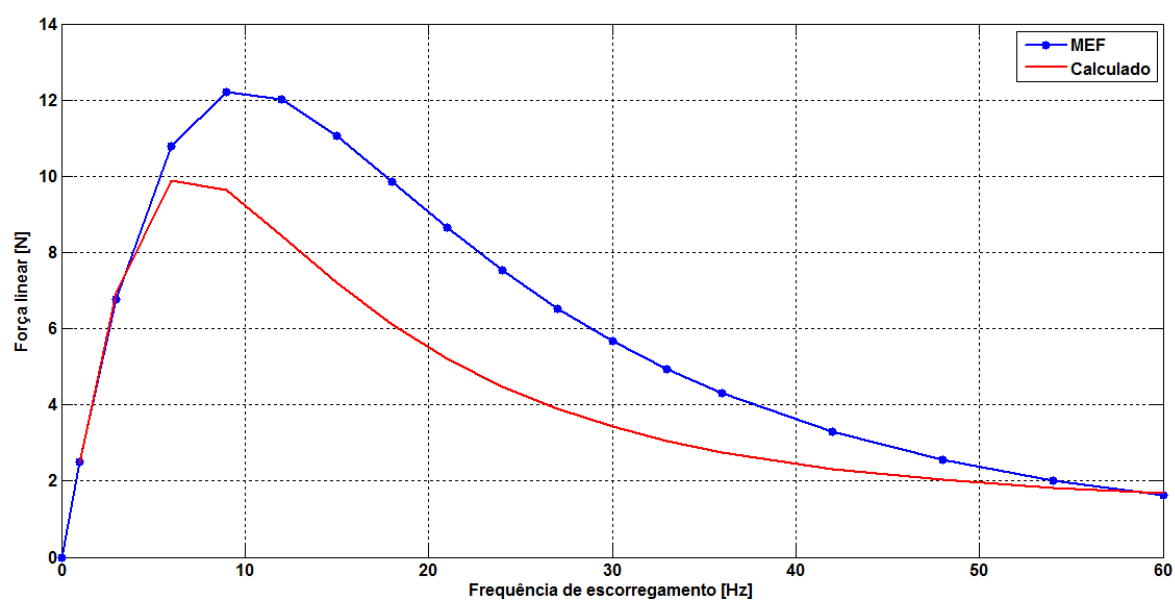


Figura 6.9: Comparação de forças calculadas e de simulação para o motor C levando em conta o fator do ELE e utilizando a fundamental, quinta e sétima harmônicas. Corrente elétrica do primário 40 A de pico e 60 espiras por bobina.

6.3 FATOR DE POTÊNCIA E RENDIMENTO DO SECUNDÁRIO.

Utilizando os resultados obtidos do AH3D, são apresentados os valores de fator de potência do secundário e rendimento do secundário. Nas tabelas 6.6, 6.7 e 6.8 são apresentados os valores da potência dissipada no secundário, energia magnética, potência reativa, potência mecânica, fator de potência do secundário e rendimento do secundário. Da mesma forma que no caso da AT3D, a corrente elétrica do primário é de 40 A de valor pico e com enrolamento de 60 espiras por fase por polo. A potência mecânica é obtida partir das forças calculadas por simulações usando a AT3D e a velocidade fictícia correspondente a cada variação de frequência.

Tabela 6.6: Valores obtidos em simulações de potências e energias no secundário do motor A.

f	s	v	P _{dis} [W]	W _{mag} [J]	Q _s [VAR]	P _{mec} [W]	cos(φ_s)	η_s
[Hz]		[m/s]						
1	0,017	24,78	0,780	1,017	12,782	31,718	0,931	0,976
3	0,050	23,94	6,859	0,995	37,518	89,057	0,931	0,928
6	0,100	22,68	25,436	0,928	69,975	154,678	0,932	0,859
9	0,150	21,42	51,048	0,836	94,511	186,354	0,929	0,785
12	0,200	20,16	78,862	0,736	110,912	199,382	0,929	0,717
15	0,250	18,90	105,516	0,640	120,601	192,402	0,927	0,646
18	0,300	17,64	129,325	0,555	125,456	175,694	0,925	0,576
21	0,350	16,38	149,790	0,482	127,135	159,541	0,925	0,516
24	0,400	15,12	167,043	0,421	126,871	141,523	0,925	0,459
27	0,450	13,86	181,478	0,370	125,497	119,473	0,923	0,397
30	0,500	12,60	193,548	0,328	123,548	101,556	0,922	0,344
33	0,550	11,34	203,674	0,293	121,352	83,803	0,921	0,292
36	0,600	10,08	212,219	0,263	119,108	69,451	0,921	0,247
42	0,700	7,56	225,692	0,218	114,880	44,226	0,920	0,164
48	0,800	5,04	235,700	0,184	111,271	24,948	0,920	0,096
54	0,900	2,52	243,345	0,160	108,356	10,660	0,920	0,042
60	1,000	0,00	249,338	0,141	106,092	0,000	0,920	0,000

Tabela 6.7: Valores obtidos em simulações de potências e energias no secundário do motor B.

f	s	v	P _{dis} [W]	W _{mag} [J]	Q _s [VAR]	P _{mec} [W]	cos(φ_s)	η_s
[Hz]		[m/s]						
1	0,017	24,78	0,657	1,192	14,983	25,771	0,870	0,975
3	0,050	23,94	5,848	1,179	44,465	73,256	0,872	0,926
6	0,100	22,68	22,520	1,138	85,823	130,864	0,873	0,853
9	0,150	21,42	47,709	1,076	121,697	170,932	0,874	0,782
12	0,200	20,16	78,408	1,000	150,836	193,939	0,875	0,712
15	0,250	18,90	111,687	0,918	173,083	202,986	0,876	0,645
18	0,300	17,64	145,185	0,836	189,052	201,096	0,878	0,581
21	0,350	16,38	177,284	0,757	199,756	191,318	0,879	0,519
24	0,400	15,12	207,044	0,684	206,300	176,904	0,881	0,461
27	0,450	13,86	234,040	0,618	210,826	159,529	0,881	0,405
30	0,500	12,60	258,190	0,559	210,826	140,868	0,884	0,353
33	0,550	11,34	279,912	0,507	210,343	122,699	0,886	0,305
36	0,600	10,08	298,531	0,462	208,768	103,824	0,888	0,258
42	0,700	7,56	329,918	0,386	203,759	70,384	0,891	0,176
48	0,800	5,04	354,407	0,328	197,727	41,933	0,895	0,106
54	0,900	2,52	373,712	0,282	191,626	18,673	0,899	0,048
60	1,000	0,00	389,135	0,247	185,896	0,000	0,902	0,000

Tabela 6.8: Valores obtidos em simulações de potências e energias no secundário do motor C.

f	s	v	P _{dis} [W]	W _{mag} [J]	Q _s [VAR]	P _{mec} [W]	cos(φ_s)	η_s
[Hz]		[m/s]						
1	0,017	24,78	1,576	1,189	14,939	61,702	0,973	0,975
3	0,050	23,94	13,394	1,126	42,450	161,834	0,972	0,924
6	0,100	22,68	45,106	0,958	72,214	244,944	0,970	0,844
9	0,150	21,42	80,411	0,771	87,223	261,752	0,969	0,765
12	0,200	20,16	110,914	0,611	92,152	242,323	0,968	0,686
15	0,250	18,90	134,747	0,487	91,823	209,223	0,966	0,608
18	0,300	17,64	152,790	0,394	89,221	173,930	0,965	0,532
21	0,350	16,38	166,447	0,325	85,860	141,687	0,963	0,460
24	0,400	15,12	176,924	0,273	82,432	113,702	0,962	0,391
27	0,450	13,86	185,112	0,234	79,278	90,506	0,961	0,328
30	0,500	12,60	191,639	0,202	76,348	71,442	0,960	0,272
33	0,550	11,34	196,936	0,178	73,810	55,906	0,960	0,221
36	0,600	10,08	201,314	0,158	71,599	43,344	0,960	0,177
42	0,700	7,56	208,121	0,129	68,036	24,948	0,960	0,107
48	0,800	5,04	213,181	0,108	65,417	12,902	0,961	0,057
54	0,900	2,52	217,119	0,094	63,534	5,090	0,961	0,023
60	1,000	0,00	220,308	0,082	62,228	0,000	0,962	0,000

A comparação entre os valores calculados e simulados do rendimento do secundário pode observar-se nas figuras 6.10, 6.11 e 6.12 para cada configuração do motor. É esperado que se mantenham as diferenças, mas as curvas apresentam formas muito próximas devido a inclusão do fator do ELE na análise para determinação da potência do secundário por meio da potência mecânica. O motor A apresenta resultados mais próximos que os outros dois motores. Os valores calculados do motor A e o motor B apresentam rendimento do secundário subestimados quando são comparados com os valores obtidos por simulação. Por outro lado, o rendimento do secundário do motor C calculado, apresenta uma superestimação do rendimento do secundário quando são comparados os valores calculados e simulados.

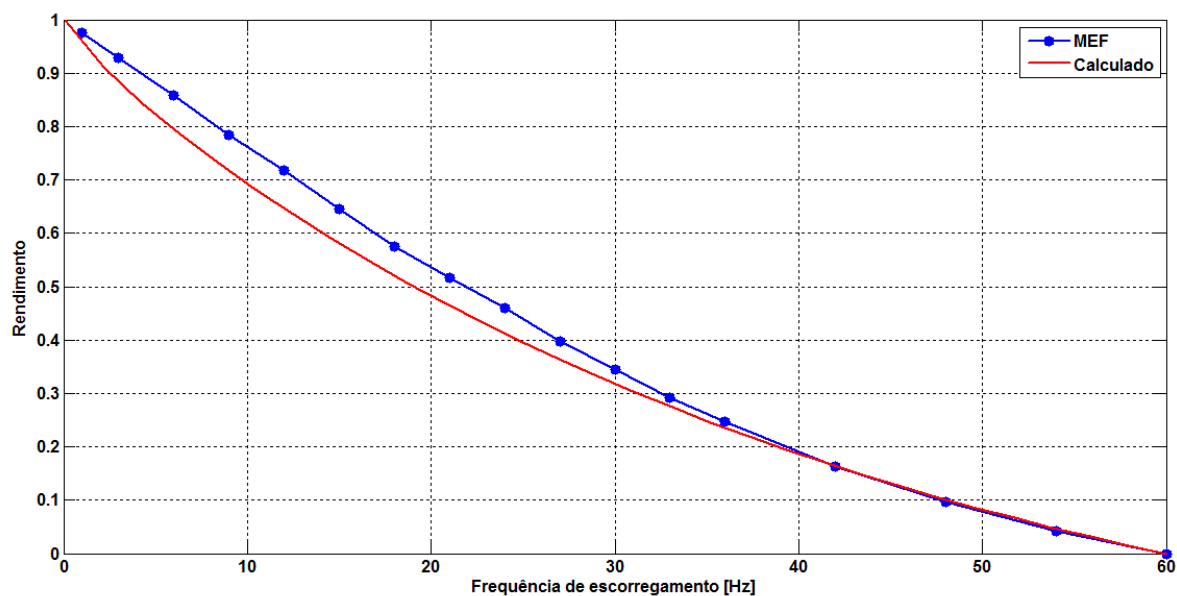


Figura 6.10: Comparação do rendimento para a configuração A, corrente elétrica do primário 40 A de pico e 60 espiras por bobina.

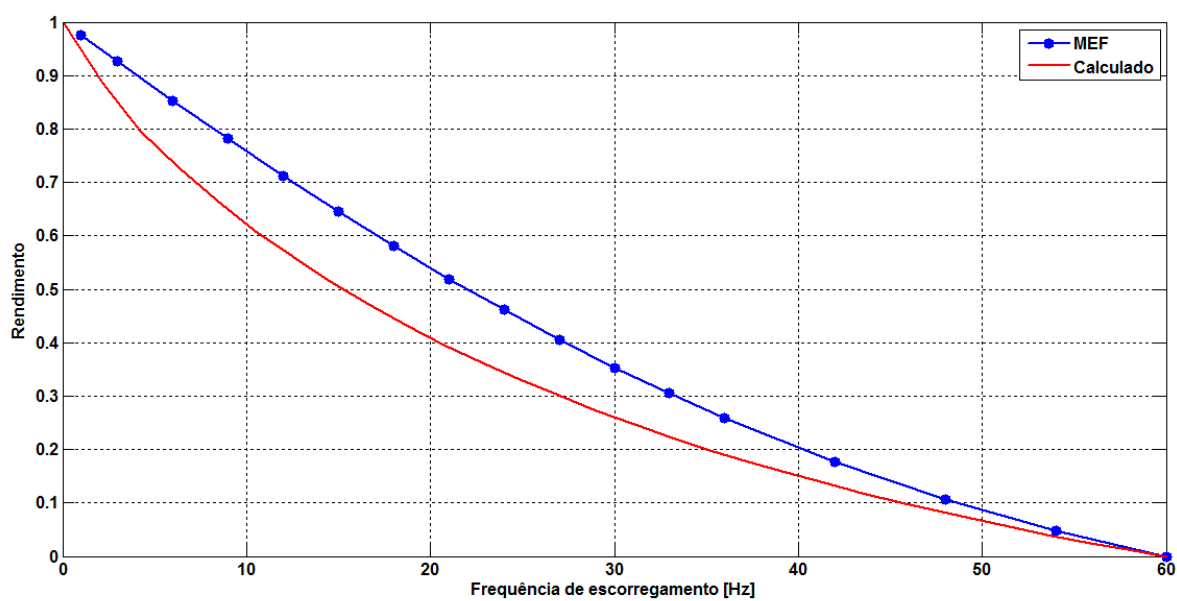


Figura 6.11: Comparação do rendimento para a configuração B, corrente elétrica do primário 40 A de pico e 60 espiras por bobina.

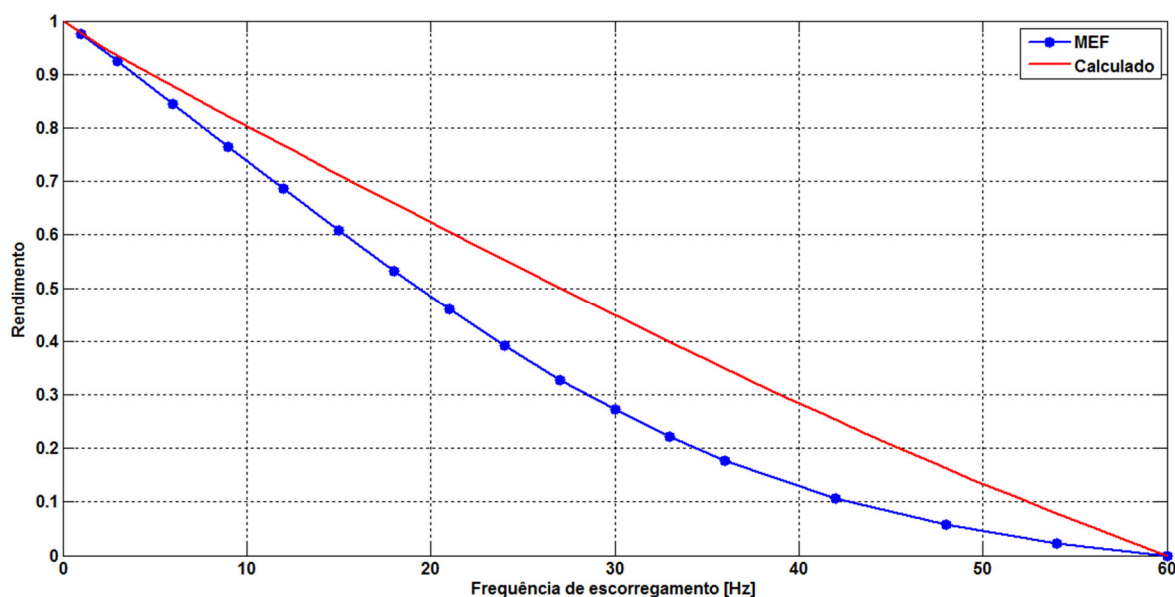


Figura 6.12: Comparação do rendimento para a configuração C, corrente elétrica do primário 40 A de pico 60 espiras por bobina.

Os gráficos anteriores permitem observar que na maioria dos casos a potência ativa que chega ao secundário através do entreferro do motor é convertida em potência mecânica a medida que a frequência de escorregamento diminui. Neste trabalho, não foi possível obter-se o fator de potência do primário de forma analítica, devido à dificuldade de obter a dispersão produzida nos núcleos do primário. Sem embargo, é possível obter a dispersão e porém o fator e potência do primário, utilizando o análise por elementos finitos a partir da energia magnética que não fica nos núcleos, no entreferro e no secundário.

7. COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES

No presente trabalho estudou-se o motor de indução linear trifásico de fluxo transversal utilizando uma análise matemática em duas dimensões no secundário do motor. Os resultados foram comparados com os resultados obtidos com simulações feitas usando um software de elementos finitos em três dimensões cujo tempo de execução é bastante demorado. O projeto por meio de cálculos analíticos leva a valores que podem ser usados como valores iniciais para que o tempo de uso do software seja otimizado.

Devido à geometria do motor e do grande entreferro, concluiu-se que o espraçamento de fluxo magnético no entreferro deve ser considerado com muito cuidado. Primeiramente o espraçamento na direção longitudinal influi notoriamente no cálculo das componentes harmônicas resultantes de força magnetomotriz, elevando o valor da componente fundamental. O espraçamento de fluxo magnético no sentido transversal influi de forma importante na força linear desenvolvida pelo MILTFT porque a força linear desenvolvida fora da zona ativa assume valores que devem ser levados em consideração. A técnica de análise utilizando os potenciais elétricos vetoriais no entreferro confirmou ser adequada para o estudo deste tipo de efeito de espraçamento de fluxo magnético.

Como se pôde verificar, a adição do fator do ELE e da análise harmônica permitiram uma melhor aproximação dos resultados calculados com os obtidos em simulação. Os resultados obtidos mostram que o modelo desenvolvido apresenta um comportamento próximo do obtido com o uso de elementos finitos para as faixas de força linear na zona estável do motor de indução (acima da frequência crítica). Entretanto fora da região estável, os resultados são muito distintos. Para corrigir esta diferença faz-se necessário adicionar as componentes harmônicas da força. Para os três motores pesquisados, as curvas de força vs frequência apresentam resultados calculados e obtidos por simulações de elementos finitos com valores similares, mas existem faixas de frequência onde os erros atingem valores superiores a 20%.

Devido ao grande entreferro do motor, a potência reativa absorvida pelo motor é grande, o que provoca um problema no desempenho do motor em relação à força, rendimento e fator de potência.

O uso do MEF mostrou ser de grande ajuda no projeto do motor. Isso foi mostrado na comparação com os resultados calculados analiticamente. Entretanto o custo do uso de programas de elementos finitos num projeto é elevado, principalmente em relação ao tempo de execução do programa. Dessa maneira, torna-se muito importante ter-se um pré-projeto baseado em equações, como o mostrado neste trabalho, para servir de entrada (dados iniciais) para o cálculo por elementos finitos. A interação do cálculo com o programa de elementos finitos reduz o tempo de projeto consideravelmente.

Como trabalhos futuros sugere-se o seguinte: a) aprimoramento do modelo do MILTFT, adicionado o efeito longitudinal de extremidade na análise numérica. Para isto sugere-se utilizar o método de transformada de Fourier na densidade de corrente elétrica produzida pelo primário, b) estudo da força de levitação produzida pelo MILTFT. Para isto é necessário modificar o modelo de modo que leve em consideração as outras componentes da densidade de fluxo magnético presentes no entreferro, por exemplo, as componentes de densidade de fluxo magnético no sentido longitudinal do motor, c) estudo do efeito transversal de borda no MILTFT, obtenção de um fator para poder ser aplicado no modelo em uma dimensão, d) desenvolver um procedimento para projeto de MILTFT com ajuda de elementos finitos, e) aplicação desta metodologia a um MILTFT onde a placa de reação tenha uma largura maior do que cada núcleo magnético f) estudo do comportamento dinâmico do MILTFT.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Vancouvert SkyTrain- A proven Success Story, Japan Railway and Transportation review 16, Jun 1998.
- [2] www.tokyometro.jp
- [3] G. G. Sotelo et al., “MagLev Cobra: Test facilities and operational experiments,” J. Phys. Conf. Ser., vol. 507, no. 3, 2014, Art. ID 032017.
- [4] J.F.Estham, E.R. Laithwaite, Linear-motor topology, Proc. of the IEE, Vol. 120, Iss. 3, Mar. 1973.
- [5] E.R. Laithwaite, S.A. Nasar, Linear-Motion Electrical Machines”, Proceedings of the IEEE, Vol. 58, No. 4, 1970.
- [6] Hyung-Woo Lee, Ki-Chan Kim, and Ju Lee. Review of Maglev Train Technologies. IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 42, No. 7, Jul. 2006.
- [7] Eric R. Laithwaite, Linear Electric Machines a Personal View, Proceedings of the IEEE, 1975, Vol. 63, pp. 250-290.
- [8] Sakae Yamamura, Theory of Linear Induction Motors, 2ed, 1975.
- [9] S.A. Nasar, I. Boldea, Linear Motion Electric Machines, 1976.
- [10] Michael Poloujadoff, The theory of linear induction machinery, 1980.
- [11] R.M. Pai, Ion Boldea, S.A. Nasar, A complete equivalent circuit of a Linear Induction Motor with Sheet Secondary, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 24, No. 1, Jan 1988.
- [12] Ion Boldea, Linear Electric Machines, Drives, and MAGLEVs Handbook, 2013.
- [13] Guilherme Gonçalves Sotelo; Daniel Henrique Nogueira Dias; Rubens de Andrade; Richard Magdalena Stephan, Tests on a Superconductor Linear Magnetic Bearing of a Full-Scale MagLev Vehicle, IEEE Trans. on Applied Superconductivity, 2011, Vol. 21, Issue 3, pp. 1464-1468.

- [14] P.L. Jansen, L.J. Li, R.D. Lorenz, B. Werner, An integrated Vehicle and Electromagnetic Propulsion Unit for a High-Speed Material Transport System, Proc. IEEE-IAS Annual Meeting, Oct. 1992.
- [15] E. R. Laithwaite, J. F. Eastham, H. R. Bolton, Linear Motors with Transverse Flux, Proceedings of the IEE, Vol. 118, No. 12, Dec. 1971.
- [16] J. F. Eastham, E. R. Laithwaite, Linear Induction Motors as “Electromagnetic Rivers”, Proc. IEE, Vol. 121, No. 10, OCT. 1974.
- [17] H. Hayashiya, H. Ohsaki, E. Masada, A combined Lift and Propulsion System of a Steel Plate by Transverse Flux Linear Induction Motors, IEEE Transaction on Magnetics, Vol. 35, No. 5, Sept. 1999.
- [18] Yuichiro Nozaki, Jumpei Baba, Katsuhiko Shutoh and Eisuke Masada. Improvement of Transverse Flux Linear Induction Motors Performances With Third Order Harmonics Current Injection. IEEE Transactions on Applied Superconductivity, Vol. 14, No. 2, Jun 2004.
- [19] Jacek F. Gieras, Jacek Mews, Pawel Splawski, Analytical Calculation of Electrodynamic Levitation Forces in a Special-Purpose Linear Induction Motor, IEEE Trans. on Indust. Applic., Vol. 48, No. 1, Jan/Feb. 2012
- [20] H. Hayashiya, H. Ohsaki, E. Masada. A combined Lift and Propulsion System of a Steel Plate by Transverse Flux Linear Induction Motors, IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 35, No. 5, Sept. 1999.
- [21] Yuichiro Nozaki, Jumpei Baba, Katsuhiko Shutoh, Eisuke Masada, Improvement of Transverse Flux Linear Induction Motors Performances With Third Order Harmonics Current Injection, IEEE trans. on Applied Superconductivity, Vol. 14, No. 2, Jun. 2004.
- [22] Kwang Suk Jung, Couple compensation of magnetic forces of transverse flux linear induction motor, Mechatronics, No. 15, 2005.
- [23] Jung Soo Choi, Yoon Su Baek, Magnetically-Levitated Steel Plate Conveyance System Using Electromagnets and Linear Induction Motor, IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 44, No. 11, Nov. 2008.

- [24] Renato Crivellari Creppe, Circuito elétrico equivalente para conversores assíncronos lineares: Análise da força propulsora. Defesa de Mestrado, Universidade Estadual de Campinas. 1992
- [25] Yuxing Zhang et al. A New Approach to Research the Transverse Edge Effect in Linear Induction Motor Considering the Edge Fringing Flux, IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 47, No. 11, Nov. 2011.
- [26] J.F. Gieras, A new Longitudinal End Effect Factor for Linear Induction Motors, IEEE Trans. on Energy Conversion, Vol. EC-2, no. 1, pp. 152-159. Mar. 1987.
- [27] Renato Crivellari Creppe, Uma contribuição à modelagem de máquinas de indução lineares. Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas. 1997
- [28] Hirasa T. et al, Equivalent Circuit of LIM with End Effect Taken into Account, Electrical Engineering in Japan, vol. 100, n°2, pp. 65-71, 1980.
- [29] Abbas Shiri, Electromagnetic Force Analysis in Linear Induction Motors, Considering End Effect, 7th Power Electronics, Drive Systems & Technologies Conference, Feb. 2016.
- [30] Dong Li ET al, A New Approach to Evaluate Influence of Transverse Edge Effect of a Single-Sided HTS Linear Induction Motor Used for Linear Metro, IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 51, No. 3, Mar. 2015.
- [31] Amir Zare-Bazghaleh, Mohammad Reza Naghashan, and Arman Khodadoost, Derivation of Equivalent Circuit Parameters for Single-Sided Linear Induction Motors, IEEE Trans. On Plasma Science, Vol. 43, No. 10, Oct. 2015.
- [32] Seyed Ehsan Abdollahi, Mehran Mirzayee, and Mojtaba Mirsalim, Design and Analysis of a Double-Sided Linear Induction Motor for Transportation, IEEE TRans. On Magnetics, Vol. 51, No. 7, Jul. 2015.
- [33] Amir Zare-Bazghaleh, Mohammad Reza Meshkatoddini and Esmael Fallah-Choolabi, Force Study of Single Sided Linear Induction Motor, IEEE Trans. on Plasma Science, Vol. 44, No. 5, May. 2016.
- [34] Dong Li, Weili Li, Jin Fang, and Xiaochen Zhang, Investigation of a Low-Speed Single-Side HTS Linear Induction Motor With Different Primary Structures Used for Linear Metro, IEEE trans. on Applied Superconductivity, Vol. 24, No. 2, Apr. 2014.

- [35] Marcello Pucci, State Space-Vector Model of Linear Induction Motors, IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. 50, No. 1, Jan/Feb. 2014.
- [36] Jiaming Jin, The Finite Element Method in Electromagnetics, 1993.
- [37] Maxwell 3D user's guide, Ansys Inc. 2010.

ANEXOS

ANEXO A. CONDIÇÕES DE FRONTEIRA E CORRENTES ELÉTRICAS NO SECUNDÁRIO.

No capítulo 3 foram apresentadas as formas das soluções das equações para determinar o potencial elétrico vetorial. Nessa foram determinadas as constantes das equações a partir da aplicação das condições de fronteira. Usando as soluções obtidas, as equações das correntes elétricas no secundário foram determinadas.

A.1 APLICAÇÃO DAS CONDIÇÕES DE FRONTEIRA

As equações apresentadas no capítulo 2 serão reescritas como segue:

$$\begin{cases} T_{y1} = E \cosh(\alpha'z) + F \sinh(\alpha z) + j \frac{s\omega\sigma'}{g^{-2} - \alpha'^2} B_p \left(e^{\frac{z+a}{g}} - \frac{1}{2} e^{-\frac{z+c}{g}} \right), & -c < z < -a \\ T_{y2} = A \cosh(\alpha z) + B \sinh(\alpha z) - j \frac{s\omega\sigma'}{\alpha^2} B_p, & -a < z < a \\ T_{y3} = C \cosh(\alpha'z) + D \sinh(\alpha z) + j \frac{s\omega\sigma'}{g^{-2} - \alpha'^2} B_p \left(e^{-\frac{z-a}{g}} - \frac{1}{2} e^{\frac{z-c}{g}} \right), & a < z < c \end{cases} \quad (A.1)$$

As quais estão sujeitas as seguintes condições de fronteira:

$$\begin{aligned} T_{y3}|_{z=c} &= 0 & T_{y1}|_{z=-c} &= 0 \\ T_{y2}|_{z=a} &= T_{y3}|_{z=a} & T_{y2}|_{z=-a} &= T_{y1}|_{z=-a} \\ \frac{\partial T_{y2}}{\partial z} \Big|_{z=a} &= \frac{\partial T_{y3}}{\partial z} \Big|_{z=a} & \frac{\partial T_{y2}}{\partial z} \Big|_{z=-a} &= \frac{\partial T_{y1}}{\partial z} \Big|_{z=-a} \end{aligned} \quad (A.2)$$

Devido à geometria do motor, pode-se deduzir que a constante “B” tem um valor nulo. Aplicando as condições de fronteira A.2 nas equações de A.1 as equações que descrevem os potenciais elétricos vetoriais serão:

$$T_{y2}(z) = A \cosh(\alpha z) - j \frac{s\omega\sigma'}{\alpha^2} B_p \quad (A.3a)$$

$$T_{y3}(z) = C \frac{\sinh(\alpha'(c-z))}{\sinh(\alpha'c)} - NB_p \frac{\sinh(\alpha'z)}{\sinh(\alpha'c)} e_{z3c} + NB_p e_{z3} \quad (A.3b)$$

$$T_{y1}(z) = E \frac{\sinh(\alpha'(c+z))}{\sinh(\alpha'c)} + NB_p \frac{\sinh(\alpha'z)}{\sinh(\alpha'c)} e_{z1-c} + NB_p e_{z1} \quad (A.3c)$$

Onde as constantes são determinadas por:

$$A = \left[\frac{\alpha}{\alpha'} \sinh(\alpha a) + \frac{\cosh(\alpha a)}{\tanh(\alpha'(c-a))} \right]^{-1} \left[\frac{MB_p}{\tanh(\alpha'(c-a))} \right. \quad (A.4a)$$

$$\begin{aligned} & - \frac{NB_p e_{z3c}}{\tanh(\alpha'(c-a))} \frac{\sinh(\alpha'a)}{\sinh(\alpha'c)} - NB_p e_{z3c} \frac{\cosh(\alpha'a)}{\cosh(\alpha'c)} \\ & \left. + \frac{NB_p e_{z3a}}{\tanh(\alpha'(c-a))} + \frac{NB_p e'_{z3a}}{\alpha'} \right] \end{aligned}$$

$$C = \left[A \cosh(\alpha a) - MB_p + NB_p e_{z3c} \frac{\sinh(\alpha'a)}{\sinh(\alpha'c)} - NB_p e_{z3a} \right] \frac{\sinh(\alpha'c)}{\sinh(\alpha'(c-a))} \quad (A.4b)$$

$$E = \left[A \cosh(\alpha a) - MB_p + NB_p e_{z3c} \frac{\sinh(\alpha'a)}{\sinh(\alpha'c)} - NB_p e_{z3a} \right] \frac{\sinh(\alpha'c)}{\sinh(\alpha'(c-a))} \quad (A.4c)$$

Onde:

$$M = j \frac{s\omega\sigma'}{\alpha^2} \quad (A.5)$$

$$N = j \frac{s\omega\sigma'}{g^{-2} - \alpha^2} \quad (A.6)$$

$$e_{z3c} = e^{-\frac{c-a}{g}} - \frac{1}{2} \quad (A.7)$$

$$e_{z1-c} = e^{\frac{-c+a}{g}} - \frac{1}{2} \quad (A.8)$$

$$e_{z3a} = 1 - \frac{1}{2} e^{\frac{a-c}{g}} \quad (A.9)$$

$$e_{z1-a} = 1 - \frac{1}{2} e^{\frac{-a+c}{g}} \quad (A.10)$$

$$e'_{z3a} = \frac{1}{g} \left(-1 - \frac{1}{2} e^{\frac{a-c}{g}} \right) \quad (A.11)$$

$$e'_{z1-a} = \frac{1}{g} \left(1 + \frac{1}{2} e^{-\frac{-a+c}{g}} \right) \quad (A.12)$$

$$e_{z3} = e^{-\frac{z-a}{g}} - \frac{1}{2} e^{\frac{z-c}{g}} \quad (A.13)$$

$$e_{z1} = e^{\frac{z+a}{g}} - \frac{1}{2} e^{-\frac{z+c}{g}} \quad (A.14)$$

A.2 CORRENTES ELÉTRICAS NO SECUNDÁRIO.

Para determinar as componentes de corrente elétrica do secundário, as equações apresentadas em 3.37 são reescritas.

$$\begin{cases} J_{sx1} = -\alpha \frac{\partial T_{y1}}{\partial z} \\ J_{sz1} = -jkT_{y1} \\ J_{sx2} = -\alpha' \frac{\partial T_{y2}}{\partial z} \\ J_{sz2} = -jkT_{y2} \\ J_{sx3} = -\alpha' \frac{\partial T_{y3}}{\partial z} \\ J_{sz3} = -jkT_{y3} \end{cases} \quad (A.15)$$

Aplicando as condições de A.15 nas equações A.3 as correntes elétricas no secundário ficam:

$$J_{sx2} = -\alpha A \cosh(\alpha z) \quad (A.16a)$$

$$J_{sz2} = -jk \left(A \cosh(\alpha z) - j \frac{s\omega\sigma'}{\alpha^2} B_p \right) \quad (A.16b)$$

$$J_{sx3} = -\alpha' C \frac{\cosh(\alpha'(c-z))}{\sinh(\alpha'c)} - \alpha' NB_p \frac{\cosh(\alpha'z)}{\sinh(\alpha'c)} e_{z3c} + NB_p e'_{z3} \quad (A.16c)$$

$$J_{sz3} = -jk \left(C \frac{\sinh(\alpha'(c-z))}{\sinh(\alpha'c)} - NB_p \frac{\sinh(\alpha'z)}{\sinh(\alpha'c)} e_{z3c} + NB_p e_{z3} \right) \quad (A.16d)$$

$$J_{sx1} = \alpha' E \frac{\cosh(\alpha'(c+z))}{\sinh(\alpha'c)} + \alpha' NB_p \frac{\cosh(\alpha'z)}{\sinh(\alpha'c)} e_{z1-c} + NB_p e'_{z1} \quad (A.16e)$$

$$J_{sz1} = -jk \left(E \frac{\sinh(\alpha'(c+z))}{\sinh(\alpha'c)} + NB_p \frac{\sinh(\alpha'z)}{\sinh(\alpha'c)} e_{z1-c} + NB_p e_{z1} \right) \quad (A.16f)$$

ANEXO B. FATOR DE CORREÇÃO DO ENTREFERRO FORA DA ZONA ATIVA.

No capítulo 2, supõe-se que fora da zona ativa, o comprimento do entreferro deveria ser corrigido adicionando um fator que levasse em conta o efeito de borda [25]. Na figura B.1 apresenta-se a densidade linear de corrente no entreferro o qual tem um comprimento de valor g . Esta distribuição de corrente é descrita como:

$$J = J_m \cos(kx) \left[\frac{A}{m} \right] \quad (B.1)$$

Definido o potencial magnético vetorial A

$$\nabla \times \vec{A} = \vec{B} \quad (B.2)$$

O qual, no entreferro, satisfaz:

$$\nabla^2 \vec{A} = 0 \quad (B.3)$$

As condições de fronteira para o potencial magnético vetorial são:

$$\begin{cases} B_x|_{y=0} = \mu_0 J_m \cos(kx) \\ B_x|_{y=g} = 0 \end{cases} \quad (B.4)$$

A solução de B.3 será:

$$A = \frac{\mu_0 J_m}{k} \cos(kx) \frac{\cosh(k(g-y))}{\sinh(kg)} \quad (B.5)$$

Usando B.2, a densidade de fluxo magnético no entreferro pode ser obtida.

$$B_{yc}|_{y=0} = \frac{\mu_0 J_m \sin(kx)}{\tanh(kg)} \quad (B.6)$$

Para as zonas fora da zona ativa, as seguintes condições de fronteira são aplicadas.

$$\begin{cases} B_x|_{y=0} = \mu_0 J_m \cos(kx) \\ B_x|_{y=\infty} = 0 \end{cases} \quad (B.7)$$

A densidade de fluxo magnético fora da zona ativa será descrita como:

$$B_{yu}|_{y=0} = \mu_0 J_m \cos(kx) \quad (B.8)$$

Supondo que não exista material magnético fora da zona ativa, pode-se determinar um entreferro equivalente:

$$g_{u0} = \frac{B_{yc}|_{y=0}}{B_{yu}|_{y=0}} g = \frac{g}{\tanh(kx)} \quad (B.9)$$

Definindo o fator k_{u0} da seguinte forma:

$$k_{u0} = \frac{1}{\tanh(kx)} \quad (B.10)$$

Desta forma pode-se modelar o entreferro fora da zona ativa como uma zona onde existe um entreferro fictício cujo comprimento é k_{u0} vezes o comprimento do entreferro da zona ativa como é apresentado na figura B.1.

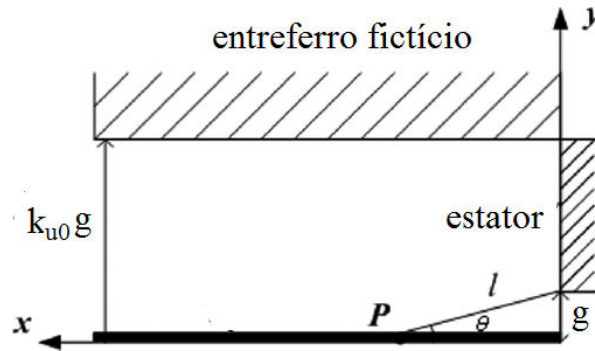


Figura B.1: Entreferro fictício fora da zona ativa. [22]

O fluxo magnético procura um percurso de menor relutância possível. Tomando um ponto P qualquer, o fluxo neste ponto tomará o percurso do estator em vez do entreferro fictício se este comprimento for menor que g_{u0} . O entreferro equivalente será:

$$g_u(x) = \frac{l}{\sin(\theta)} = g \left(1 + \frac{x^2}{g^2} \right) \quad (B.11)$$

O entreferro equivalente fora da zona ativa será:

$$g_u(x) = k_u(x)g \quad (B.12)$$

Onde:

$$k_u(x) = \begin{cases} \left(1 + \frac{x^2}{g^2}\right) & x \leq \sqrt{k_{u0}g} \\ k_{u0} & x > \sqrt{k_{u0}g} \end{cases} \quad (\text{B.13})$$

Considerando que fora da zona ativa, a densidade de fluxo magnético é:

$$B(x) = B_{m0} e^{-\frac{x}{g}} \quad (\text{B.14})$$

Pode-se obter o entreferro equivalente fora da zona ativa como:

$$g_{ue} = k_{ue} g \quad (\text{B.15})$$

Onde

$$k_{ue} = \frac{\int_0^w k_u(x) e^{-\frac{x}{g}} dx}{\int_0^w e^{-\frac{x}{g}} dx} \quad (\text{B.16})$$

ANEXO C. FATOR DE CORREÇÃO DO EFEITO LONGITUDINAL DE EXTREMIDADE.

No capítulo 3 foi mencionado a existência do efeito longitudinal de extremidade num motor de indução linear. A força desenvolvida pelo MIL pode-ser considerada como a soma das três forças produzidas pelas três ondas presentes no entreferro [8]. Aplicando C.1 na equação 2.41e integrando no volume do motor tem-se:

$$\begin{aligned}
 F_x &= \frac{D}{2} \int_0^L \text{Re}[j_1^* b(x, t)] dx & (C.1) \\
 &= \frac{D}{2} \int_0^L \text{Re} \left[j_1^* \left(B_n e^{-jkx} e^{j\delta} + B_1 e^{-\frac{x}{\alpha_1}} e^{-jk_{e1}x} e^{j\delta_1} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + B_2 e^{\frac{x}{\alpha_2}} e^{jk_{e2}x} e^{j\delta_2} \right) \right] dx \\
 &= \frac{D}{2} \left\{ \int_0^L \text{Re}[j_1^* (B_n e^{-jkx} e^{j\delta})] dx + \int_0^L j_1^* \left(B_1 e^{-\frac{x}{\alpha_1}} e^{-jk_{e1}x} e^{j\delta_1} \right) dx \right. \\
 &\quad \left. + \int_0^L j_1^* \left(B_2 e^{\frac{x}{\alpha_2}} e^{jk_{e2}x} e^{j\delta_2} \right) dx \right\}
 \end{aligned}$$

Desta forma é possível determinar a força desenvolvida pelo motor e determinar a componente de força produzida por cada onda. Mais ainda, só é preciso somar as contribuições de forças produzidas pela onda normal e pela onda de ELEE.

Como se pode observar na figura C.1, a força desenvolvida pela onda de ELEE se opõe à força produzida pela onda normal, isto é, a força do ELEE atua como uma força de freio, reduzindo a força total desenvolvida pelo motor. A força produzida pela onda de ELES toma valores muito pequenos, porém pode ser desprezado no cálculo da força desenvolvida pelo motor.

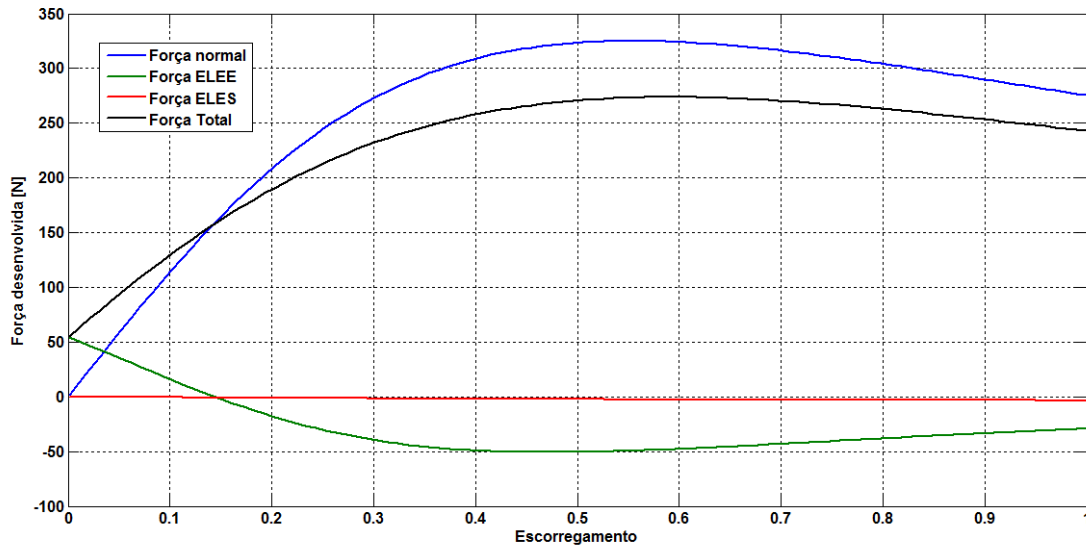


Figura C.1: Contribuições da força de cada onda de ELE.

Por outro lado é possível determinar a força desenvolvida pelo motor quando o ELE é considerado, isto é feito utilizando um fator de correção. A ideia de utilizar um fator para levar em consideração o ELE foi utilizada em [26] a partir do cálculo de fluxo magnético por polo. A determinação da tensão induzida por causa da distribuição das ondas normal e de entrada. Em [24] foi proposto um fator determinando essa força a partir das características construtivas do MIL. Este fator foi obtido a partir das expressões analíticas de forças desenvolvidas pelo motor utilizando o modelo unidimensional [28]. Neste caso apresenta-se um procedimento similar ao adotado em [26], mas em duas dimensões será utilizado devido ao fato que o modelo em duas dimensões apresenta uma maior precisão do que o modelo em uma dimensão.

A força propulsora desenvolvida pelo MIL pode ser escrita:

$$f_x = f_n + f_{end} \quad (C.2)$$

Onde f_x representa a força total desenvolvida pelo motor, f_n a força devido à onda normal e f_{end} a força devido ao ELEE. A equação B.4 pode ser reescrita como:

$$f_x = f_n \left(1 + \frac{f_{end}}{f_n} \right) = f_n k_{end} \quad (C.3)$$

Onde k_{end} representa o fator pelo qual a força normal deve ser multiplicada para determinar a força total desenvolvida pelo motor. De [8] as expressões para as forças normais e de ELE, a partir da análise em duas dimensões, são:

$$F = \frac{\mu_0}{2} J_1^2 \text{Re} \left[jkL \frac{G(-k, a)}{H(-k)} \right] + \frac{\mu_0}{2} J_1^2 \text{Re} \left[\frac{\xi_0 (1 - e^{j(\xi_0 + k)L})}{(\xi_0 + k)^2} \frac{G(\xi_0, a)}{H'(\xi_0)} \right] \quad (C.4)$$

$$+ \frac{\mu_0}{2} J_1^2 \text{Re} \left[\frac{\xi'_0 e^{-j(\xi'_0 + k)L} (1 - e^{j(\xi'_0 + k)L})}{(\xi'_0 + k)^2} \frac{G(\xi'_0, a)}{H'(\xi'_0)} \right]$$

Onde ξ é a variável da transformada de Fourier. Os termos de C.4 são:

$$G(\xi, y) = \cosh(h\gamma) \cosh(\xi(y - h)) + \frac{\gamma}{\xi} \sinh(h\gamma) \sinh(\xi(y - h)) \quad (C.5)$$

$$H(\xi) = \xi \cosh(h\gamma) \sinh(\xi(g - h)) + \gamma \sinh(h\gamma) \cosh(\xi(g - h)) \quad (C.6)$$

$$H'(\xi) = \frac{dH(\xi)}{d\xi} \quad (C.7)$$

$$\gamma^2 = \xi^2 + jv_1\mu_0\sigma\xi + j\omega\mu_0\sigma \quad (C.8)$$

ξ_0 e ξ'_0 são as raízes da seguinte função:

$$a\xi^2 + jhv_1\mu_0\sigma\xi + j\omega\mu_0\sigma \quad (C.9)$$

ξ_0 e ξ'_0 são as raízes localizadas no segundo e quarto quadrantes do plano complexo ξ respectivamente. Por outro lado a primeira parcela da equação C.6 representa a força produzida pela onda normal, a segunda parcela representa a força desenvolvida pelo ELEE e a terceira a força produzida pelo ELES. Como foi mencionado anteriormente o efeito produzido pelo ELES pode ser desprezado, então o fator k_{end} pode ser determinado por meio do quociente entre a força do ELEE e a força normal:

$$k_{\text{end}} = 1 + \frac{\text{Re} \left[\frac{\xi_0 (1 - e^{j(\xi_0 + k)L})}{(\xi_0 + k)^2} \frac{G(\xi_0, a)}{H'(\xi_0)} \right]}{\text{Re} \left[jkL \frac{G(-k, a)}{H(-k)} \right]} \quad (C.10)$$

Na figura C.6 apresenta-se a variação do fator k_{end} com referência ao escorregamento para um hipotético MIL. Como se pode observar, o fator k_{end} apresenta valores positivos até valores de escorregamento próximos a 0,1, tomando depois valores negativos, o que indica que o motor apresenta velocidade nula antes de atingir a velocidade síncrona. Abaixo do escorregamento 0,1 a contribuição do ELEE produz forças negativas no motor. Desta forma o fator ELE é utilizado como correção para poder comparar a força determinada pela análise do Capítulo 3 e os valores simulados obtidos do MEF no capítulo 5.

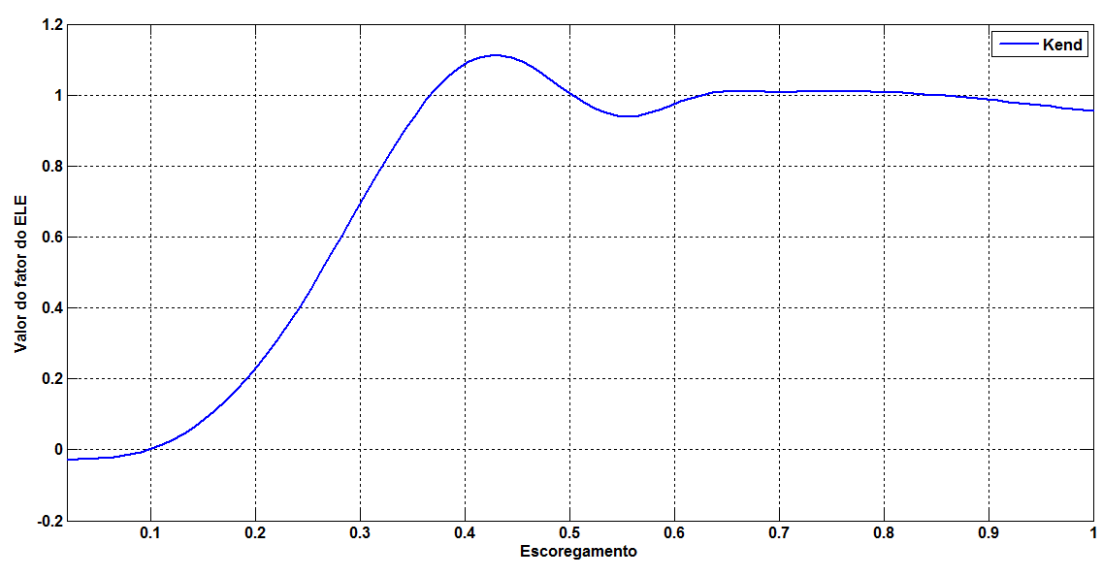


Figura C.2: Excursão do fator k_{end} em função do escoregamento

ANEXO D. DETERMINAÇÃO DA PERMEABILIDADE MAGNÉTICA RELATIVA NO ENTREFERRO

Na seção 4.3 foi apresentado um método para determinar a porção da força magnetomotriz total que chega ao entreferro. De forma a simplificar os cálculos, supõe-se uma permeabilidade magnética relativa do aço muito maior do que a unidade. Para determinar aproximadamente o valor da permeabilidade magnética do aço pode-se utilizar a curva B-H do material ferromagnético e procurar-se o ponto de interseção com a curva B-H do núcleo. Este ponto de interseção é denominado ponto de operação.

Utilizando equação de Ampere-Maxwell de forma integral tem-se:

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{enc} \quad (D.1)$$

Onde H é a intensidade de campo magnético ao longo de um percurso l. I_{enc} é a corrente total envolvida pela curva fechada. Supondo que a intensidade de campo magnético na perna lateral do núcleo seja igual à metade da intensidade de campo magnético na perna central, a equação D.1 converte-se em:

$$NI = 3bpH_{fe} + gH_{gap} + 7bp \frac{H_{fe}}{2} + g \frac{H_{gap}}{2} = \frac{13}{2}bpH_{fe} + \frac{3}{2}gH_{gap} \quad (D.2)$$

A densidade de fluxo magnético no entreferro será igual à densidade de fluxo magnético no aço, então a intensidade de campo magnético no entreferro pode ser reescrita em função da densidade de fluxo magnético no aço:

$$H_{gap} = \frac{B_{gap}}{\mu_0} = \frac{B_{fe}}{\mu_0} \quad (D.3)$$

Usando o resultado da equação D.3 na equação D.2 obtém-se:

$$H_{fe} = \frac{2}{13} \frac{NI}{bp} - \frac{3}{13} \frac{g}{\mu_0 bp} B_{fe} \quad (D.4)$$

A equação D.4 representa a curva B-H do núcleo. Fazendo a interseção desta curva com a curva B-H do aço pode-se determinar de forma gráfica a densidade de fluxo magnético no entreferro e no núcleo de aço. A partir destas grandezas pode-se obter a permeabilidade magnética do aço. A interseção das curvas pode ser observada na figura D.1.

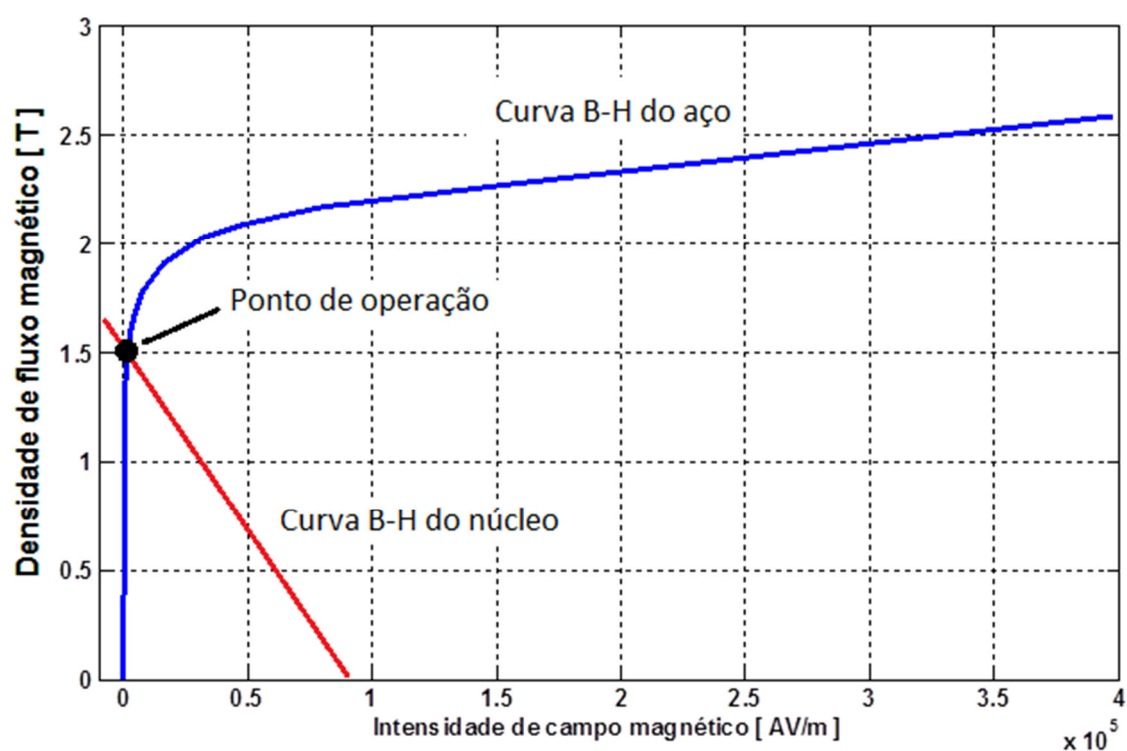


Figura D.1: Determinação gráfica do ponto de operação na curva B-H do aço.

Para determinar o ponto de operação antes descrito foi realizada uma rotina computacional. Esta rotina é apresentada na seção E.4 do anexo E.

ANEXO E. PROGRAMAS COMPUTACIONAIS UTILIZADOS

Nesta seção são apresentados os programas computacionais utilizados para determinar a força produzida pelo motor e as potências e energias envolvidas. Para a determinação da força desenvolvida pelo motor utiliza-se uma rotina principal e 4 subprogramas. A primeira rotina denominada *Cálculo de força*, determina a força para diferentes frequências. Dentro da rotina, dois programas são utilizados, o primeiro denominado “*Fuerza_Motor_SEE*” determina a força desenvolvida pelo motor quando são especificados: a força magnetomotriz total, o comprimento do entreferro magnético, a espessura da placa condutora, a frequência do primário, o escorregamento e o passo polar. O segundo sub-programa utilizado se denominado “*Kend*” o qual determina o fator do ELE. As variáveis especificadas para este subprograma são: o escorregamento, comprimento do entreferro magnético, espessura da placa condutora, frequência, condutividade da placa condutora, passo polar e comprimento do motor.

Dentro da rotina de cálculo do programa “*Fuerza_Motor_SEE*” também são utilizadas outros três programas: “*curvaBH*”, o qual determina a força magnetomotriz no entreferro. Suas variáveis de entrada são: largura da perna central do núcleo, força magnetomotriz total e comprimento do entreferro magnético. O segundo programa chama-se “*Kue*” o qual determina o fator para o entreferro fora da zona ativa. Suas variáveis de entrada são: comprimento do entreferro magnético, largura da perna central do núcleo e passo polar. Por último o terceiro programa denominado “*Ffou*” determina o fator de Fourier para cada harmônica.

Para a determinação do fator de potência do secundário e o rendimento do secundário, é utilizado uma rotina denominada “*Fct_pot_final*” a qual desenvolve o cálculo do rendimento do secundário e o fator de potência do secundário, esta rotina também utiliza os programas descritos anteriormente mas ela esta restrita ao cálculo de grandezas utilizando a primeira harmônica.

E.1 ROTINA DE CALCULO DE FORÇA

```

%-----%
% Cálculo de fuerza %
%-----%
clear all
clc
%-----%
% Mecanical Values %
%-----%
tau=0.21; %Distance between poles
g=0.01; %Magnetic Airgap
h=0.005; %Raction plate height

%-----%
% Excitation Values %
%-----%
Ip=40; %Peak Value of the electic current
N=60; % #Turn
Fmm=N*Ip; %Magnetomotive force

%-----%
% Others Values %
%-----%
n=[1 5 7]; %Harmonics takken into account
f=linspace(1,60,30); %Frequency sweep
s=1; %slip value

%-----%
% Auxiliary values %
%-----%
Ff=zeros(length(n),length(f)); %Vector of forces for each harmonic
Fendf=zeros(length(n),length(f)); %Vector of foces with end effect

%-----%
% Sub-programs notes %
%-----%

%Fuerza_Motor_SEE: Get the linear force deveoped by the linear motor
%Kend: Get the end effect factor

for kk=1:length(f)
    kk
    %Force developed by the fundamental component
    Ff(1,kk)=Fuerza_Motor_SEE(Fmm,g,h,f(kk),s,n(1),tau);
    Fendf(1,kk)=Kend(s,g,h,f(kk),38000000,tau,0.42)*Ff(1,kk);
    %Force developed by the 5th harmonic
    s5=6-5*s;
    Ff(2,kk)=-Fuerza_Motor_SEE(Fmm,g,h,f(kk),s5,n(2),tau);
    Fendf(2,kk)=Kend(s,g,h,f(kk),38000000,tau*n(2),0.42)*Ff(2,kk);
    %Force developed by the 7th harmonic
    s7=-6+7*s;
    Ff(3,kk)=Fuerza_Motor_SEE(Fmm,g,h,f(kk),s7,n(3),tau);
    Fendf(3,kk)=Kend(s,g,h,f(kk),38000000,tau*n(3),0.42)*Ff(3,kk);
end

```

E.2 FUNÇÃO PARA DETERMINAÇÃO DA FORÇA

```

function Y=Fuerza_Motor_SEE(Fmm,g,h,f,s,n,tau)
%Fmm=2400; g=0.01; h=0.005; f=60; s=1; n=1;tau=0.21;
%-----%
% Material values %
%-----%
mu0=4*pi*1e-7; %Vacum magnetic permeability
sigma=38000000; %Reaction plate conductivity
%-----%
% Mechanical Values %
%-----%
wc=0.03; %Core leg width
a=wc/2; %Half core leg width
c=a+wc; %Distance between the centre of the core and the outside leg
k=pi/tau; %Wave number
%-----%
% Sub-Programs %
%-----%
NI=curvaBH(wc,Fmm,g); %Get the magnetomotive force in the airgap
kg=Kue(g,wc,tau); %Get the factor for the end portions
Ff=Ffou(wc,g,k,n); %Get the fourier factor for each hamonic

%-----%
% Other values %
%-----%
sig=sigma*h/g; %Equivalent conductivity of the reaction plate
polos=1; %Poles of the machine
k_n=n*k; %Wave number for each harmonic
ws=2*pi*f; %Primary angular frequency
wr=s*ws; %secondary angular frequency
%-----%
% Field calculations %
%-----%

Js=1.5*Ff*NI*k_n/polos; %equivalent Surface electric current density
                        % of the primary
Bsm=1i*mu0*Js/(k_n*g); %Magnetic field density in the airgap created
                        % by the primary
alfa2=k_n^2+1i*wr*mu0*sig; alfa=sqrt(alfa2); %Atenuation constant for
                                                % the active zone
alfa21=k_n^2+1i*wr*mu0*sig/kg; alfa1=sqrt(alfa21); %Atenuation constant
                                                %for the nonactive zone

M=1i*sig*wr/alfa2; N=1i*sig*wr/(g^2-alfa21); %Auxiliary constants
lat=0.5; %factor for the field in the external legs of the core
ez3c=exp(-(c-a)/g)-lat; ez3a=1-lat*exp((a-c)/g);
ez1_c=ez3c; ez1_a=ez3a; dez3a=1/g*(-1-lat*exp((a-c)/g)); dez1_a=-dez3a;
fa=alfa/alfa1*sinh(alfa*a)+cosh(alfa*a)/tanh(alfa1*(c-a));
A=(fa^-1)*(M*Bsm/tanh(alfa1*(c-a))-N*Bsm*ez3c/tanh(alfa1*(c-
a))*sinh(alfa1*a)/sinh(alfa1*c)...
-N*Bsm*ez3c*cosh(alfa1*a)/cosh(alfa1*c)+N*Bsm*ez3a/tanh(alfa1*(c-
a))+N/alfa1*Bsm*dez3a);
C=(A*cosh(alfa*a)-M*Bsm+N*Bsm*ez3c*sinh(alfa1*a)/sinh(alfa1*c)-
N*Bsm*ez3a)*sinh(alfa1*c)/sinh(alfa1*(c-a));
E=(A*cosh(alfa*a)-M*Bsm+N*Bsm*ez1_c*sinh(alfa1*a)/sinh(alfa1*c)-
N*Bsm*ez1_a)*sinh(alfa1*c)/sinh(alfa1*(c-a));

syms z

```

```

ez3=exp(-(z-a)/g)-lat*exp((z-c)/g);
ez1=exp((z+a)/g)-lat*exp(-(z+c)/g);

%Sector 1 -c < z < -a
Ty1z=E*sinh(alfa1*(c+z))/sinh(alfa1*c)+N*Bsm*ez1_c*sinh(alfa1*z)/sinh(alfa1*c)+N*Bsm*ez1;
Bs1=Bsm*ez1;
By1z=mu0*Ty1z+Bs1;
Jr1z=-li*k*Ty1z;

%Sector 2 -a < z < a
Ty2z=A*cosh(alfa*z)-M*Bsm;
By2z=mu0*Ty2z+Bsm;
Jr2z=-li*k*Ty2z;

%Sector 3 a < z < c
Ty3z=C*sinh(alfa1*(c-z))/sinh(alfa1*c)-N*Bsm*ez3c*sinh(alfa1*z)/sinh(alfa1*c)+N*Bsm*ez3;
Bs3=Bsm*ez3;
By3z=mu0*Ty3z+Bs3;
Jr3z=-li*k*Ty3z;
%Calculo de fuerza
fx1=matlabFunction(-0.5*real(conj(Jr1z)*By1z));
Fx1=2*tau*quad(fx1,-c,-a);
fx2=matlabFunction(-0.5*real(conj(Jr2z)*By2z));
Fx2=2*tau*quad(fx2,-a,a);
fx3=matlabFunction(-0.5*real(conj(Jr3z)*By3z));
Fx3=2*tau*quad(fx3,a,c);
Y=g*(Fx1+Fx2+Fx3);
end

```

E.3 FUNÇÃO PARA DETERMINAR O FATOR DE EFEITO LONGITUDINAL DE EXTREMIDADE

```

function Y=Kend(s,g,h,f,sigma,tau,L)
mu0=4*pi*1e-7;
w=2*pi*f;
vs=2*tau*f;
k=pi/tau;
syms E
vr=(1-s)*vs;
p=[g li*h*vr*mu0*sigma li*h*w*mu0*sigma];
raices=roots(p);
gama2=E^2+li*vr*mu0*sigma+E+li*w*mu0*sigma;
gama=sqrt(gama2);
G=cosh(h*gama)*cosh(E*(g-h))+gama/E*sinh(h*gama)*sinh(E*(g-h));
H=E*cosh(h*gama)*sinh(E*(g-h))+gama*sinh(h*gama)*cosh(E*(g-h));
dH=diff(H,E);
E01=raices(2,1);
E02=raices(1,1);
%subs(G,E0)
Fact_norm=real(li*k*L*subs(G,-k)/subs(H,-k));
Fact_end_entry=real((E01*(1-exp(li*(E01+k)*L))*subs(G,E01))/((E01+k)^2*subs(dH,E01)));

```

```
Fact_end_exit=real((E02*exp(-1i*(E02+k)*L))*(1-
exp(1i*(E02+k)*L))*subs(G,E02))/(((E02+k)^2)*subs(dH,E02));
Y=1+(Fact_end_entry+Fact_end_exit)/Fact_norm;
end
```

E.4 FUNÇÃO PARA DETERMINAR A FORÇA MAGNETOMOTRIZ NO ENTREFERRO

```
function NIGap=curvaBH(Wc,NI,g)
mu0=4*pi*1e-7;
H=[0 159.2 318.3 477.5 636.6 795.8 1591.5 3183.1 4774.6 6366.2 7957.7
15915.5 31831 47746.5 63662 79577.5 159155 318310 397887];
B=[0 0.2402 0.8654 1.1106 1.2458 1.331 1.5 1.6 1.683 1.741 1.78 1.905 2.025
2.085 2.13 2.165 2.28 2.485 2.5851];
PEN=ones(1,length(H)); INT=zeros(1,length(H));
for i=2:length(H)
    PEN(i)=(B(i)-B(i-1))/(H(i)-H(i-1));
    INT(i)=B(i)-H(i)*PEN(i);
end
lm=8*Wc;
k=1;
Hfe=(NI-1.5*g/mu0*INT(k))/(lm+1.5*g/mu0*PEN(k));
while (Hfe>H(k))
    k=k+1;
    Hfe=(NI-1.5*g/mu0*INT(k))/(lm+1.5*g/mu0*PEN(k));
    if Hfe>H(length(H))%este coomando es para que no itere infinitamente si
Hfe es mayor que el ultimo H de la curva
        break
    end
end
Bfe=Hfe*PEN(k)+INT(k);
NIGap=Bfe*g/mu0;
end
```

E.5 FUNÇÃO PARA DETERMINAR O FATOR DO ENTREFERRO FORA DA ZONA ATIVA.

```
function Y=Kue(g,wc,tau)
syms x
Kuo=1/tanh(pi/tau*g);
gx1=matlabFunction((1+(x^2)/(g^2))*exp(-x/g));
gx2=matlabFunction(Kuo*exp(-x/g));
gx3=matlabFunction(exp(-x/g));
x1=sqrt(Kuo)*g;
if x1<wc
    Kue1=(quad(gx1,0,x1)+quad(gx2,x1,wc))/(quad(gx3,0,wc));
else
    Kue1=(quad(gx1,0,wc))/(quad(gx3,0,wc));
end
```

```
Y=Kue1;
end
```

E.6 FUNÇÃO PARA DETERMINAR O FATOR DE FOURIER LEVANDO EM CONTA O ESPRAIAMENTO NA DIREÇÃO LONGITUDINAL

```
function Factor=Ffou(bp,g,k,n)
ke=1/g;
%ke=(1.21049*100000000*g^3-4.42954*1000000*g^2+57144.8*g-338.385)*-1;
k_n=n*k;
tau=pi/k;
Fcuadrado=4/(n*pi)*sin(k_n*bp/2); %Factor Fourier de la onda cuadrada
Fexp=4*k_n/(tau*((k_n)^2+ke^2))*(ke/k_n*cos(k_n*bp/2)-sin(k_n*bp/2));
%Factor fourier de la exponencial
Factor=Fcuadrado+Fexp;
end
```

E.7 FUNÇÃO PARA DETERMINAR O FATOR DE POTÊNCIA E O RENDIMENTO DO SECUNDÁRIO

```
%-----%
% Factor de Potencia y Rendimiento %
%-----%
clear all
clc

mu0=4*pi*1e-7; sigma=380000000; %Materiales
Ip=40; espiras=60; %Corriente y espiras
f=linspace(0.1,60,30);
g=0.01; h=0.005; tau=0.21; k=pi/tau; %Medidas mecanicas
wc=0.03; a=wc/2; c=a+wc; %medidas transversales
sig=sigma*h/g; %Conductivade equivalente
s=1; n=1; lat=0.33; fmm=Ip*espiras;
NI=curvaBH(wc,fmm,g);
kg=Kue(g,wc,tau);
Ff=Ffou(wc,g,k,n);
polos=n;
k_n=n*k;
Js=1.5*Ff*NI*k_n/polos;
Bsm=1i*mu0*Js/(k_n*g);

Potenciaz=zeros(1,length(f));%
Potenciax=zeros(1,length(f));%
Pot_dis=zeros(1,length(f));%
Energia=zeros(1,length(f));%
Reactiva=zeros(1,length(f));%
Energia2=zeros(1,length(f));%
Reactiva2=zeros(1,length(f));%
```

```

Ftotal=zeros(1,length(f));
Fend=zeros(1,length(f));%

for kk=1:length(f)
kk
ws=2*pi*f(kk);
wr=s*ws;

alfa2=k_n^2+1i*wr*mu0*sig; alfa=sqrt(alfa2);
alfa21=k_n^2+1i*wr*mu0*sig/kg; alfa1=sqrt(alfa21);

M=1i*sig*wr/alfa2; N=1i*sig*wr/(g^-2-alfa21);
ez3c=exp(-(c-a)/g)-lat; ez3a=1-lat*exp((a-c)/g);
ez1_c=ez3c; ez1_a=ez3a;
dez3a=1/g*(-1-lat*exp((a-c)/g)); dez1_a=-dez3a;

fa=alfa/alfa1*sinh(alfa*a)+cosh(alfa*a)/tanh(alfa1*(c-a));
A=(fa^-1)*(M*Bsm/tanh(alfa1*(c-a))-N*Bsm*ez3c/tanh(alfa1*(c-
a))*sinh(alfa1*a)/sinh(alfa1*c)...
-N*Bsm*ez3c*cosh(alfa1*a)/cosh(alfa1*c)+N*Bsm*ez3a/tanh(alfa1*(c-
a))+N/alfa1*Bsm*dez3a);
C=(A*cosh(alfa*a)-M*Bsm+N*Bsm*ez3c*sinh(alfa1*a)/sinh(alfa1*c)-
N*Bsm*ez3a)*sinh(alfa1*c)/sinh(alfa1*(c-a));
E=(A*cosh(alfa*a)-M*Bsm+N*Bsm*ez1_c*sinh(alfa1*a)/sinh(alfa1*c)-
N*Bsm*ez1_a)*sinh(alfa1*c)/sinh(alfa1*(c-a));

syms z
ez1=exp((z+a)/g)-lat*exp(-(z+c)/g);
ez3=exp(-(z-a)/g)-lat*exp((z-c)/g);
dez1=1/g*(exp((z+a)/g)+lat*exp(-(z+c)/g));
dez3=-1/g*(exp(-(z-a)/g)+lat*exp((z-c)/g));
%Sector 1 -c < z < -a
Ty1z=E*sinh(alfa1*(c+z))/sinh(alfa1*c)+N*Bsm*ez1_c*sinh(alfa1*z)/sinh(alfa1
*c)+N*Bsm*ez1;
Bs1=Bsm*ez1;
By1z=mu0*Ty1z+Bs1;
Jr1z=-1i*k*Ty1z;
Js1=Js*ez1;
Jr1x=-
(alfa1*E*cosh(alfa1*(c+z))/sinh(alfa1*c)+alfa1*N*Bsm*ez1_c*cosh(alfa1*z)/si
nh(alfa1*c)+N*Bsm*dez1);
%Sector 2 -a < z < a
Ty2z=A*cosh(alfa*z)-M*Bsm;
By2z=mu0*Ty2z+Bsm;
Jr2z=-1i*k*Ty2z;
Jr2x=-(alfa*A*sinh(alfa*z));
%Sector 3 a < z < c
Ty3z=C*sinh(alfa1*(c-z))/sinh(alfa1*c)-
N*Bsm*ez3c*sinh(alfa1*z)/sinh(alfa1*c)+N*Bsm*ez3;
Bs3=Bsm*ez3;
By3z=mu0*Ty3z+Bs3;
Jr3z=-1i*k*Ty3z;
Js3=Js*ez3;
Jr3x=-(-alfa1*C*cosh(alfa1*(c-z))/sinh(alfa1*c)-
alfa1*Bsm*ez3c*cosh(alfa1*z)/sinh(alfa1*c)+N*Bsm*dez3);
%Potencias dissipadas
p1=matlabFunction(1/sig*(abs(Jr1z))^2);
P1=0.5*g^2*tau*quad(p1,-c,-a);
p2=matlabFunction(1/sig*(abs(Jr2z))^2);
P2=0.5*g^2*tau*quad(p2,-a,a);

```

```

p3=matlabFunction(1/sig*(abs(Jr3z))^2);
P3=0.5*g*2*tau*quad(p3,a,c);
Potenciaz(1,kk)=(P1+P2+P3);

p4=matlabFunction(1/sig*(abs(Jr1x))^2);
P4=0.5*g*2*tau*quad(p4,-c,-a);
p5=matlabFunction(1/sig*(abs(Jr2x))^2);
P5=0.5*g*2*tau*quad(p5,-a,a);
p6=matlabFunction(1/sig*(abs(Jr3x))^2);
P6=0.5*g*2*tau*quad(p6,a,c);
Potenciax(1,kk)=P4+P5+P6;
Pot_dis(1,kk)=g/h*(P1+P2+P3+P4+P5+P6);
%Energia y potencia magnetica
wen1=matlabFunction(1/mu0*(abs(By1z))^2);
Wen1=1/4*g*2*tau*quad(wen1,-c,-a);
wen2=matlabFunction(1/mu0*(abs(By2z))^2);
Wen2=1/4*g*2*tau*quad(wen2,-a,a);
wen3=matlabFunction(1/mu0*(abs(By3z))^2);
Wen3=1/4*g*2*tau*quad(wen3,a,c);
Energia(1,kk)=Wen1+Wen2+Wen3;
Reactiva(1,kk)=2*wr*(Wen1+Wen2+Wen3);
Blat=subs(By3z,z,c);
Energia2(1,kk)=(wc*1/4*g*2*tau*1/mu0*(abs(Blat))^2);
Reactiva2(1,kk)=2*wr*Energia2(1,kk);
%Fuerzas
fx1=matlabFunction(-0.5*real(conj(Jr1z)*By1z));
Fx1=2*tau*quad(fx1,-c,-a);
fx2=matlabFunction(-0.5*real(conj(Jr2z)*By2z));
Fx2=2*tau*quad(fx2,-a,a);
fx3=matlabFunction(-0.5*real(conj(Jr3z)*By3z));
Fx3=2*tau*quad(fx3,a,c);
Ftotal(1,kk)=g*(Fx1+Fx2+Fx3);
Fend(1,kk)=Ftotal(1,kk)*Kend(s,g,h,f(kk),sigma,tau,2*tau);
end
Reac=Reactiva+2*Reactiva2;
esc=f./60;
vr=(1-esc).*2.*tau.*60;
Pot_mec=Fend.*vr;
fac_pot=(Pot_dis+Pot_mec)./sqrt((Pot_dis+Pot_mec).^2+Reac.^2);
Rend=Pot_mec./(Pot_dis+Pot_mec);

```